

PAWEŁ GOLDSTEIN

PAWEŁ STRZELECKI

JAK PISAĆ
PRACE DYPLOMOWE
Z MATEMATYKI

Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki UW
Warszawa, 2015

Uwaga: To jest pierwsza wersja tekstu. Za wszelkie uwagi, informacje o dostrzeżonych błędach itp. będziemy obaj bardzo wdzięczni.

{P.Goldstein,P.Strzelecki}@mimuw.edu.pl

Spis treści

1	Wprowadzenie	4
2	Zanim zaczniemy pisać	7
2.1	O czym i dla kogo piszemy	7
2.2	Organizacja materiału i dobór treści	8
2.3	Jak zabrać się do roboty?	9
2.4	Koniec planowania	11
3	Pisanie	12
3.1	Ogólne uwagi dla początkujących autorów	12
3.1.1	Biała kartka i pusty ekran	12
3.1.2	Nie przywiązywać się do już napisanych słów	13
3.1.3	Czy pisać od razu jak najlepiej?	14
3.1.4	Nie mam dobrych zdań, skąd je brać?	15
3.1.5	Pluralis majestatis	15
3.1.6	O wzorach w tekście i o czytaniu na głos	16
3.1.7	O kalkowaniu, spójnikach, prostocie	17
3.2	Sygnal: T _E X.	18
3.3	Wprowadzenie do pracy	18
3.4	Dalsze rozdziały	21
3.4.1	Planować, co w następnym odcinku	22
3.4.2	Twierdzenia, lematy, wnioski, dowody	22
3.4.3	Numeracja	23
3.4.4	Pamiętać, po co to wszystko	24
3.5	Po ostatnim rozdziale	25
3.6	Pisanie po angielsku	26
4	Korekta	28
4.1	Uwagi ogólne	28
4.2	O typowych błędach	30
4.2.1	Odmiana nazwisk obcojęzycznych	30

4.2.2	Cudzysłowy	31
4.2.3	Kreski, kreseczki	32
5	T_EX-nikalia	33
5.1	O T _E X-u i L ^A T _E X-u słów kilka	33
5.2	Komentarze	34
5.3	Typografia	35
5.4	Ilustracje	36
5.5	Tworzenie bibliografii	38
5.6	Liczniki L ^A T _E X-a	41
	Podsumowanie: kiedyś trzeba przestać	43

Rozdział 1

Wprowadzenie

Dlaczego mówimy i piszemy o matematyce w sposób, który kłóci się tak dramatycznie z tym, co rzekomo chcielibyśmy osiągnąć?

R.P. Boas

Napisałiśmy ten tekst z myślą o studentach matematyki, którzy co najmniej dwukrotnie przed magisterium muszą napisać tekst długości od kilkunastu do kilkudziesięciu stron, poświęcony matematyce, czasem naprawdę twórczy (tzn. opowiadający np. o nowym twierdzeniu lub modelu matematycznym), czasem zaś tylko relacjonujący to, co w różnych książkach i czasopismach na jakiś temat napisano (być może niestarannie, nazbyt zwięźle, mało czytelnie – i dlatego teraz warto napisać o tym jeszcze raz, z myślą o innym adresacie, może nieco lepiej lub pełniej, a w każdym razie inaczej).

Dlaczego ośmielamy się komukolwiek doradzać? Z kilku powodów; nasze doświadczenia oraz inspiracje mają co najmniej cztery odcienie:

- Zdarzało nam się pisać różne teksty matematyczne; niektóre udawały się lepiej, inne gorzej, i nie był to wynik samego przypadku, lecz także naszych starań lub zaniechań;
- Mieliliśmy do czynienia z wieloma studentami, piszącymi prace licencjackie, magisterskie, zaliczeniowe. Wydaje nam się, że dostrzegamy i rozumiemy rozmaite przyczyny sukcesów i kłopotów, jakie były udziałem ich autorów. Części z tych kłopotów można względnie łatwo uniknąć, albo przynajmniej zawczasu się na nie przygotować;
- Czytaliśmy różne teksty matematyczne; były wśród nich bardzo dobre, dobre, średnie, złe i fatalne. Warto zdawać sobie sprawę, że poziom tekstu i jego czytelność bywają nieskorelowane z jego doniosłością matematyczną, a pisanie o rzeczach trudnych, abstrakcyjnych, istotnych,

czy po prostu fantastycznie zdaniem autora ciekawych nie zwalnia z dbałości o jakość *tekstu jako takiego*;

- Wreszcie, z zainteresowaniem i upodobaniem czytaliśmy różne teksty, jakie o pisaniu o matematyce napisali bardzo znani matematycy, ciesząc się (także) opinią starannych, świetnych autorów: m.in. R. P. Boas [1], Paul Halmos [3], Steven G. Krantz [4]. Wydaje się, że lektura jakiegokolwiek tekstu tego typu jeszcze nigdy nikomu nie zaszkodziła. Nam samym pomogła porządkować i świadomie układać bardzo różne myśli, odczucia i odruchy związane z procesem pisania, a raczej: komunikacji między autorem i jego czytelnikami.

Studia matematyczne dość łatwo mogą wyrobić w młodej osobie wrażenie: *Dziedzina, którą studiuję, jest z jednej strony ciekawa, a z drugiej – piekielnie trudna; dlatego liczy się przede wszystkim zrozumienie. Gdy je już osiągnę i umieszczę na kartkach wszystkie elementy jakiegoś rozumowania we w miarę logicznym porządku, to przecież tekst będzie się bronił dzięki doniosłości matematyki, o której piszę. Reszta jest mało istotna.*

Otóż to nieprawda. Owszem, gdy ktoś udowodni hipotezę Riemanna i napisze o tym niechlujnie, to i tak inni będą go uparcie czytać (z nadzieją na zrozumienie). Niemniej, można pisać starannie, z troską o czytelnika. Nie należy myśleć, że *ci, którzy są w matematyce obecni dłużej lub mocniej, niż ja, są mądrzejsi i bardziej utalentowani, więc i tak rozumieją*. Nie należy też myśleć *przecież akurat ten fragmencik mówi o rzeczy oczywistej, więc ktoś, kto tego nie rozumie i się czepia, jest tępy i nie warto się nim przejmować*.

Podobnie, nieprawdą jest, że w matematyce można całkowicie oddzielić proces pisania od procesu zrozumienia, i wyłącznie ten drugi jest istotny, a ten pierwszy – całkowicie drugorzędny. Owszem, ten drugi bywa radosny i bardziej emocjonujący, ten pierwszy niemal zawsze jest żmudny i trudniejszy, niżby się wydawało. Ktoś powiedział, że bolesność pisania o matematyce jest karą, którą musimy płacić za przyjemność i radość zrozumienia. Niemniej, pisząc, tzn. podejmując decyzje o wyborze i układzie materiału, o poziomie szczegółowości, o doborze zdań i wszelakiego słownego kleju, niepozornie ułożonego między wybitymi w oddzielnych liniach wzorami, porządkujemy także własne myśli. Pisząc świadomie, klarownie dostrzegamy klocki, z których ma być zbudowany tekst. Zaczynamy lepiej rozumieć to, o czym piszemy. Czasem zaś dostrzegamy, że czegoś jednak nie rozumiemy, choć wcześniej wydawało nam się, że rozumieliśmy. Sami tego doświadczyliśmy na własnej skórze i tym lepiej wiemy, że pisanie jest ważną, choć nieprzyjemną częścią procesu twórczego.

Między kartką z serią wzorów i pozbawionych interpunkcji równoważników zdań, która zanurzonej w dany temat osobie pozwala wygłosić niezły re-

ferat na seminarium, a tekstem, który *czytelnikowi pozwoli zrozumieć właśnie to, co autor świadomie chciał przekazać*, jest otchłań pracy i zastanowienia.

I dlatego pisanie własnej pracy dyplomowej warto traktować poważnie. To jest okazja, żeby prócz matematyki dowiedzieć się czegoś spoza niej, także czegoś o samym sobie. Pisanie jest formą komunikowania się z innymi, a to przecież robimy przez całe życie, i od jakości tej komunikacji zależy wiele.

Rozdział 2

Zanim zaczniemy pisać

Decyzja o podjęciu pisania składa się zwykle z dwóch elementów: trzeba po pierwsze postanowić, o czym i dla kogo piszemy, po drugie, ustalić, jaki będzie dobór materiału i układ tekstu. Druga decyzja zawsze jest konsekwencją pierwszej; czasem niemal się w niej zawiera (jeśli np. ktoś znajdzie piękny, krótki i elementarny dowód twierdzenia o czterech barwach, zrozumiały powiedzmy dla studenta I–II roku, i uzna, że chce go opublikować, to najważniejsza będzie decyzja o tym, dla kogo tekst ma być przeznaczony. Inny będzie tekst dla osób specjalizujących się w kombinatoryce i teorii grafów, inny – tekst dla ogółu zawodowych matematyków, niekoniecznie świetnie obeznanych z historią problemu, jeszcze inny – tekst adresowany przede wszystkim do olimpijczyków i zdolnych licealistów).

2.1 O czym i dla kogo piszemy

Podstawowe dwa pytania, jakie powinien sobie zadać każdy człowiek siadający do napisania *jakiegokolwiek* tekstu, nie przeznaczonego wyłącznie do szuflady, brzmią następująco:

- Co mam do przekazania?
- Komu chcę to przekazać?

Pierwsze jest, rzecz jasna, kluczem do napisania tekstu nie pozbawionego treści. W przypadku pracy dyplomowej jej autor, a nasz czytelnik, odpowiedzi powinien udzielić sobie sam, być może z pomocą opiekuna naukowego. Jest ważne, żeby to była odpowiedź przemyślana i zrozumiała; nie należy zadowolić się myślą *a, napiszę, co wiem i jakoś to będzie*, albo stwierdzeniem *przecież coś muszę napisać, choć mam średnią ochotę, więc co mi tu ktoś będzie truć*. Z

pracami (dyplomowymi, naukowymi) powstającymi na podstawie z grubsza tak sformułowanych planów miewaliśmy, niestety, nie raz do czynienia.

Wspomnimy tylko, że nawet jeśli praca ma mieć, zgodnym zdaniem autora i opiekuna, charakter kompilacyjny i odtwórczy (choć sami wolelibyśmy myśleć o *pracy przeglądowej, poświęconej takiej partii matematyki, która przyszłego autora zaciekała*), to i tak jej układ i dobór treści powinien być starannie przemyślany. Piszemy dla młodego Czytelnika o twierdzeniu Baire'a? Dobrze, nic nie szkodzi, że to znane twierdzenie (gdyby, choćby zdaniem autora, było nieznanie, choćby jego najbliższym kolegom, też dobrze: można opowiedzieć, dlaczego warto je znać). Czy chodzi nam bardziej o dowód (różne dowody?), czy bardziej o konsekwencje? A może przede wszystkim o przykłady zastosowań? W jakiej dziedzinie matematyki? Czy zarówno o te znane, jak i mniej znane? Które wybrać, w jakiej kolejności je przedstawić? Czy mamy zarówno łatwe, jak i trudne przykłady do dyspozycji? (Jeśli tylko trudne, to dlaczego?) Jak szczegółowo o nich pisać? Jak mogłoby brzmieć pierwsze, kluczowe zdanie pracy? Gdyby przypadkiem napotkany na przyjęciu medalista Fieldsa zapytał mnie, o czym właściwie są te nieważne moim zdaniem wycpociny, to co mu powiem? Może jednak coś konkretnego? Uważamy, że warto sobie takie pytania zadawać i warto na nie świadomie odpowiadać. Przyszły tekst będzie dzięki temu dojrzałszy i lepszy.

Zdecydowanie łatwiej jest nam zasugerować odpowiedź na drugie z początkowych pytań, gdy mówimy o pracach dyplomowych. Dobrą regułą jest ustalenie, że adresatem (czyli typowym czytelnikiem) pracy jest kolega bądź koleżanka z proseminarium (w przypadku pracy licencjackiej) lub seminarium magisterskiego (przy pracy magisterskiej) – a więc osoba potencjalnie zainteresowana tematem pracy, mająca pewne obycie w szeroko rozumianej dziedzinie, ale zdecydowanie nie będąca doświadczonym specjalistą.¹

2.2 Organizacja materiału i dobór treści

Odpowiedziawszy sobie na dwa pytania, wymienione w poprzednim podrozdziale, należy zrobić dwie kolejne rzeczy:

1. Zastanowić się nad strukturą materiału, jego organizacją i naturalnym podziałem, powtarzającymi się rozumowaniami w dowodach;

¹Pewnym wyjątkiem mogą być prace dyplomowe, które są w znacznym stopniu odkrywcze, np. zawierają dowód nowego twierdzenia. Jednak i w takich przypadkach warto samą pracę napisać jako zrozumiałą, adresowaną do rówieśnego czytelnika tekst; późniejsza ewentualna publikacja naukowa, być może pierwsza prawdziwa publikacja czytelnika, jest jednak czym innym; można ją napisać zwięźlej i krócej, bo będzie miała inny krąg adresatów.

2. Wczuć się w rolę i sytuację odbiorcy, zastanowić się:

- co w przekazywanym rozumowaniu jest ważne, a co mniej istotne;
- co trzeba wiedzieć, żeby czytać tekst ze zrozumieniem;
- co jest ciekawe (nowatorskie, kluczowe), a co tylko techniczne;
- co dla odbiorcy będzie trudne, a co łatwe;
- czego nie wolno, a co można, lub wręcz należy, pominąć.

a wreszcie, *last but not least*,

- jakie motywacje do lektury będzie miał odbiorca i jak możemy pomóc mu wzbudzić w sobie energię do przebrnięcia przez kolejne linijki tekstu (albo uświadomić, że być może pewne partie tekstu są mniej ważne albo mniej groźne, niż się wydaje).

Podkreślmy: *Tę analizę należy powtarzać wielokrotnie w trakcie pisania, przykładając ją zarówno do całości tekstu, jak i do jego mniejszych fragmentów, tzn. rozdziałów, podrozdziałów, pojedynczych dowodów, rozumowań, przykładów itp.* Pisanie, a także niezbędny namysł nad nim, jest procesem wybitnie nieliniowym.

2.3 Jak zabrać się do roboty?

Jak to wszystko technicznie robić? Oto propozycja: wygospodarowawszy wolną i spokojną chwilę, zmusiwszy się do wstania z łóżka, oddzieliwszy niepotrzebny strumień dodatkowych bodźców, maili, tweetów, sms-ów itp., *ale nie zasiadając jeszcze do pisania jako takiego*, stopniowo rysujemy graf² zależności wiążący przyszłe fragmenty tekstu (niezbędne wstępne wiadomości, twierdzenia, lematy, rozumowania, wnioski, przykłady, komentarze) i nad nim zastanawiamy się nad powyższymi pytaniami. Rysunek nie powstanie od razu; trzeba będzie zastanowić się zarówno nad wyborem *wierzchołków* grafu, jak i jego *krawędzi*.

Przyszły tekst, nasz wymarzony cel, który pozwoli z ulgą wyjechać na zasłużone wakacje, odkreślić jedną sprawę z mentalnej bądź papierowej listy zobowiązań, ma przebiec ten graf, możliwie gładko i bez powtórzeń, koncentrując się nad częściami, które są ważne i ciekawe, wyjaśniając szczegółowiej to, co trudne, informując na bieżąco czytelnika, które fragmenty są konieczne, ale głównie techniczne (więc ktoś zainteresowany np. wynikiem części

²Pół żartem, pół serio: najlepiej skierowany, ale niekoniecznie.

rachunków może je przekartkować), a co z tych technicznych rachunków należy zapamiętać.

Jeżeli takich technicznych fragmentów jest więcej, można rozważyć podzielenie lematów czy pomocniczych twierdzeń na te, których dowody są istotne dla zrozumienia głównych wyników pracy – i te zamieścić w kolejnych rozdziałach pracy, i na twierdzenia (lematy, stwierdzenia itp.) wyraźnie pomocnicze, które wprawdzie są potrzebne w naszych rozważaniach, ale których dowody są techniczne (lecz np. znane) i dlatego czytelnik nie zainteresowany „kuchnią” dziedziny może przy lekturze pominąć. Dowody tej drugiej grupy twierdzeń wygodnie jest umieścić w *Dodatku* (ang. *Appendix*) lub w oddzielnym rozdziale, czasem zaś po prostu (zasięgnawszy opinii opiekuna) po prostu odesłać Czytelnika do istniejącej literatury.

Do etapu planowania należy wracać wielokrotnie i w różnych skalach (o tym później), nie przywiązywać się do kolejnych wersji i być gotowym do wywrócenia ich do góry nogami, jeżeli w trakcie pisania uznamy, że byłoby to właściwe.

Ktoś, kto dobrnął do tego miejsca, zapewne rozumie, że *takie pisanie zabiera dużo czasu*. Nie da się w ten sposób napisać pracy magisterskiej, zaczynając na tydzień czy dwa przed terminem jej złożenia. Nawet na miesiąc przed terminem może być to trudne, a efekt nie będzie optymalny. Czytelnik może zakrzyknąć: *Ale przecież ja mam udowodnić coś ważnego, bo opiekun mi to zlecił, a tu jak na złość nie wychodzi! Ja tu walczę z kluczowymi trudnościami, więc jakże mam myśleć o głupiej kolejności lematów! Chętnie bym to zrobił, tylko mi te lematy dajcie!* Otóż, unikanie takich emocji i stanu rzeczy, który je powoduje, jest wspólną odpowiedzialnością obu stron: opiekuna i piszącego. Warto mieć szczytny plan A, trochę z pogranicza marzeń, ale prócz niego także rezerwowy i całkowicie realny plan B, a może i C.

Większość opiekunów dobrze to rozumie, a nasz Czytelnik–Autor pracy powinien z opiekunem otwarcie rozmawiać o swoich oczekiwaniach (np. *chcę skończyć pisać pracę w czerwcu, bo mam plany na wakacje*), kłopotach i trudnościach (które mogą, choć nie muszą, wiązać się z tym, że pomysł opiekuna na nowy wynik czy nowy model matematyczny był po prostu niedobry), oraz priorytetach (np. *chętnie zmierzę się z próbą udowodnienia czegoś, co zdaniem szanownego opiekuna leży w moim zasięgu, niemniej nie chcę tego robić kosztem terminowego kończenia studiów*). Praca dyplomowa dla wielu osób nie jest ani najważniejszym, ani ostatnim tekstem, który przychodzi im napisać w życiu. Owszem, jest ważna. Niemniej, lepiej, żeby była merytorycznie nieco słabsza, ale znacznie lepsza redakcyjnie, niż zawierała dowód nowego twierdzenia, ale od strony redakcyjnej była wprost fatalna, pełna niechlujnych błędów, lapsusów, kolizji oznaczeń, mętnie zapisanych argumentów itp.

Chodzi nam o to, że można (w razie potrzeby) dobrze i w porę zrealizować plan B i mimo to nie zapominać o planie A. Może ten drugi, wymarzony, uda się wykonać w przyszłości? W pierwszym czy drugim roku kolejnego etapu studiów lub dalszego życia? Wtedy o osiągnięciach autora będzie świadczyć *zarówno* dobrze i dojrzałe zrealizowany plan B, jak i świetny wynik A, być może podstawa niezłej publikacji.

2.4 Koniec planowania

Przemyślawszy to, o czym była mowa w podrozdziałach 2.1 oraz 2.2, możemy zasadniczo przystępować do pisania.

Często zdarza się tak, że między samym planowaniem a etapem faktycznego pisania mija trochę czasu (np. mamy inne obowiązki i nie chcemy pisać po pół godziny dziennie, tylko od razu solidnie i na całego, więc czekamy na wygosparowane wolne dni, albo przynajmniej ich solidne połówki). Niektórzy w tym czasie zbierają różne rzeczy, które później, podczas pisania, będą potrzebne, m.in.:

- Gotowe zdania i frazy, których da się użyć w konkretnych miejscach tekstu – tyle myśleliśmy o układzie pracy, że zdania same cisną się do głowy, więc teraz możemy je gromadzić na fiszkach (prawdziwych, z kartonu, albo na jakichś ich współczesnych i elektronicznych odpowiednikach), a potem takimi fiszkami żonglować i wykorzystywać w odpowiednich momentach (lub nie).
- Bibliografię, tzn. dokładne dane prac i książek, które zostaną zacytowane w tekście.

Inni uważają, że gotowy plan powinien po prostu spokojnie poczekać, aż autor będzie mógł większość swoich sił i czasu poświęcić pisaniu jako takiemu. To kwestia wyboru i osobistych preferencji.

Podkreślmy jednak: momentu, gdy naprawdę zasiądziemy do pisania, nie należy odkładać zbyt długo.³

³Jeśli komuś bardzo nie chce się zabrać do pisania, choć wydaje mu się, że jest w pełni do tego gotów, niech, w ramach podejmowania zajęć zastępczych, przeczyta subiektywny, ale znakomity tekst Halmosa [3].

Rozdział 3

Pisanie

3.1 Ogólne uwagi dla początkujących autorów

Być może nasz Czytelnik był w szkole średniej redaktorem poważnej szkolnej gazety, wychodzącej raz w tygodniu; być może jest doświadczonym blogerem i pisze co tydzień minimum kilkanaście tysięcy znaków, a komentarze czytelników są najlepszym dowodem, że wie, co to znaczy *napisać przyzwoity tekst w konkretnym terminie*. Jednym słowem: ma doświadczenie jako autor; poza tym, z upodobaniem czytuje teksty matematyczne. Wtedy może ten podrozdział tylko pobieżnie przejrzeć.

Niemniej, zakładamy, że ostatnimi dłuższymi tekstami, jakie odbiorca naszego tekstu samodzielnie pisał, były szkolne wypracowania. Wierzymy, że takim osobom lektura niniejszego podrozdziału może pomóc w zmaganiu się z pisaniem.

3.1.1 Biała kartka i pusty ekran

W życiu każdego autora przychodzi taki moment, gdy trzeba planowanie oraz nazbyt drobiazgowo decyzje o układzie treści odłożyć na bok i zabrać się do pisania jako takiego. Plan jest gotowy, jesteśmy z niego zasadniczo zadowoleni (ale także, podkreślmy to raz jeszcze, pogodzeni z tym, że *diabeł tkwi w szczegółach i być może podczas pisania będziemy ów plan modyfikować*), wstępne decyzje o układzie treści i zawartości pracy zostały podjęte, mamy przed oczyma adresata, któremu chcielibyśmy opowiedzieć o *konkretnej matematycznej historii* (np. o fragmencie teorii, albo jakimś ciekawym twierdzeniu i serii nieoczywistych i mało znanych przykładów jego zastosowań, albo zupełnie nowym dowodzie znanego faktu, czy uogólnieniu pewnego modelu z pogranicza teorii gier i biologii matematycznej, które – za naszą,

autora in spe, sprawą! – pozwala na nowe, frapujące interpretacje jakichś codziennych zjawisk).

Wiemy, co chcemy napisać, wiemy, z jakich klocków tekst ma się składać, wyobrażamy sobie konkretnego przyszłego czytelnika lub czytelniczkę. Wbrew bolesnemu, napełniającemu nas lękiem przeświadczeniu sprzed paru tygodni czy miesięcy *o rany, o czym ja właściwie napiszę i jak to zrobię*, myślimy nawet, że ta praca będzie miała jakiś sens. Będzie, obiecujemy sobie, rozsądnym tekstem o czymś ciekawym.

I teraz trzeba usiąść nad białą, pustą kartką papieru.

Trzeba się skupić, wyłączyć inne bodźce.

Trzeba po namyśle napisać pierwsze zdanie (podobno, jak się nie ma pod ręką dobrego pierwszego zdania, można zacząć od drugiego).

Dobrze, usiąść, ale raczej przy komputerze, nad pustym okienkiem ulubionego edytora, skoryguje nas Czytelnik.

Można i tak, i tak. Znamy osoby, które z upodobaniem wybierają zawsze ten sam wariant. Sami czasem wybieramy wariant pierwszy, choć pewnie częściej drugi. Nie jest to rzecz kluczowa i nie wpływa zbyt mocno na przyspieszenie powstawania tekstu, szczególnie jeśli ma być on dobrze napisany, przetrawiony, z całymi partiami wielokrotnie poprawionymi, skorygowanymi, może napisanymi od nowa (czasem nie raz, o zgrozo!), po korekcie itp.

Biała, pusta kartka to symbol. Nie zniechęcamy nikogo do tego, żeby od razu siadał przed pustym ekranem,¹ a nie nad kartką (szczególnie, gdy ma całą treść pracy w głowie, wielokrotnie przemyślaną).

3.1.2 Nie przywiązywać się do już napisanych słów

Chodzi nam jednak o to, że łatwość wprowadzania korekt i poprawek do tekstu, który został napisany od razu na komputerze, jest tak duża, że wiele osób przywiązuje się nadmiernie do efektów własnej stukaniny. Pisze cokolwiek, a potem próbuje poprawiać jak najmniej.

Stukam w klawiaturę i myślę *a, mniejsza o drobiazgi, to się i tak później doszlifuje*, mniejsza o interpunkcję i składnię, o długość zdań, o homonimy, powtórzenia, zgrabne i niezgrabne frazy, wszystko można zawsze poprawić, papier jest ciepły, dysk twardy też. Poza tym, *pierwsze półtorej strony poszło jak z płatka i na drukarce laserowej wygląda świetnie*. A efekt jest w istocie zły: równoważniki zdań, składnia koszmarna, kilka źle przełamanych długich wzorów, bo byliśmy ciekawi, jak będą wyglądać złożone naszymi własnymi rękoma w T_EX-u. Jako prywatne notatki do wygłaszania

¹Są nawet specjalne minimalistyczne edytory tekstu, które w trybie pełnoekranowym pozwalają się autorowi skupić tylko na jednym, właśnie pisanym zdaniu.

referatu pewnie się to sprawdzi. Ponadto, z odległości półtora metra faktycznie wygląda na tekst o topologii algebraicznej czy szeregach Fouriera (diagramy przemienne, albo sumy i całki, słowem: matematyka). Niemniej, jakiegokolwiek bliższe oględziny wskazują masę usterek, które niełatwo będzie szybko poprawić.

Ktoś, kto te usterki sam widzi, lub słyszy o nich od innych, ale jest bardzo przywiązany do (niedoskonałych) produktów swej pracy, ma zwykle ochotę ulepszyć tekst, wprowadzając drobne poprawki w miejscach, które akurat zostały zauważone. Efekt wprowadzania takich drobnych poprawek przypomina czasem produkt złego krawca: na początku coś zostało skrojone niestarannie i zszyte tak, żeby się trzymało, a potem łatka tu, łatka tam, tu i ówdzie coś się naciągnie *i już*. A przecież w takich ciuchach, szczególnie z okazji zwieńczenia jakiegoś okresu życia, zwykle chodzić nie chcemy.

O tekście napisanym ręcznie wiadomo z góry jedno: nie będzie ostateczny, choćby wyglądał starannie. I tak go przepiszemy od zera. Jeśli coś skreślimy i napiszemy obok inaczej, to i tak będziemy przepuszczać całe zdanie przez palce, a więc i przez krytyczną ocenę. To kolejna szansa na korekty, co ma swoje zalety. Poza tym, na kartce nie ma zwykle okienka w rogu z informacjami o liczbie nowych maili w skrzynce, ani innych burzących koncentrację pokus, których pełen jest ekran komputera z dowolnym systemem operacyjnym.

3.1.3 Czy pisać od razu jak najlepiej?

Ktoś, przeczytawszy poprzedni fragment, może pomyśleć tak: *dobrze, skupię się mocno na swojej pracy, będę pisał od razu jak najlepiej. Namyślę się nad każdym zdaniem, dobiorę odpowiednie słowa, w razie potrzeby cofnę o pół zdania, poprawię to i owo. Moja pierwsza gotowa wersja będzie od razu dobra.*

Można próbować i tak. Pierwszy efekt faktycznie bywa wtedy niezły, co nie znaczy niestety, że jest dobry. Zwykle i tak trzeba go poprawić.

Dlatego optymalnym rozwiązaniem wydaje się coś następującego: pisać od razu w miarę dobrze, składnymi, nie za długimi zdaniami, ale nie przejmować się zbytnio tym, czy efekt od razu będzie świetny. Można od razu poprawiać dostrzeżone drobiazgi, ale nie należy ich przesadnie cyzelować. Warto raczej skupić się na tym, co chcemy powiedzieć, przekazać. Pozwolić płynąć myślom niespiesznie, ale w miarę gładko i potoczycie. Starać się pisać w tym samym tempie, w którym płyną myśli. Nie szybciej (bo wtedy piszemy bezmyślnie) i nie wolniej (bo wtedy myśli uciekają nam zbytnio do przodu, a my złościmy się, że taka świetna fraza nam uciekła, bo jeszcze byliśmy przy poprzedniej). Im lepiej przemyślany plan pisania, tym łatwiej później pisać potoczycie.

A potem gotową partię – cały tekst, zamknięty podrozdział itp. – i tak trzeba będzie przeczytać i poprawić. Zwykle kilkakrotnie, za każdym razem zwracając uwagę na co innego (więcej na ten temat – później, w rozdziale 4).

3.1.4 Nie mam dobrych zdań, skąd je brać?

Po pierwsze: spróbować jednak napisać kilka zdań. Pomyśleć nad nimi, zastanowić się, co naprawdę chcę powiedzieć. Pisząc jedno zdanie, powoli zrobić w głowie miejsce na następne.

Po drugie, proszę pamiętać o powiedzeniu, przypisywanym Igorowi Strawińskiemu: *pomniejszyci artyści pożyczają, wielcy artyści kradną*. Można np. poczytać polskie podręczniki matematyczne, napisane przez autorów o sławnych nazwiskach, i zwracać przy tym uwagę nie na to, co przede wszystkim interesuje kogoś, kto się akurat danej dziedziny uczy, tylko na inne rzeczy: na układ treści w rozdziałach i podrozdziałach, na (zwykle dość krótkie) akapity, które zapowiadają twierdzenia lub dowody (albo ich poszczególne etapy), na komentarze, na dobór zdań i słów. Jeśli Kuratowski tak pisał, a Biblioteka Matematyczna to drukowała, to znaczy, że tak można i wolno. To sprawdzone wzorce.

Wierzymy, że każdy z naszych Czytelników czytał w życiu jakieś teksty matematyczne i niektóre z nich uważał za lepsze od innych nie tylko dlatego, że np. dotyczyły lubianej przezeń partii matematyki, ale i dlatego, że były dobre, doszlifowane, jasne, czytelne, zrozumiałe, trafiające w sedno tam, gdzie wypadało w nie trafić. Na takich tekstach, na obyczajach ich autorów warto się wzorować. Można czerpać z ich doświadczeń: skoro Strawiński uważał, że tak wolno, dlaczego nie?

3.1.5 Pluralis majestatis

Rzeczą typową w tekście matematycznym jest użycie pierwszej osoby liczby mnogiej. W prawie każdym tekście matematycznym po polsku (i w innych językach także) spotkamy liczne zwroty w rodzaju *Teraz udowodnimy, że...*, *Łącząc (3.7) i (4.10), po nietrudnym rachunku otrzymujemy...* itp.

Nawet jeśli polonistka mówiła nam, że w pierwszej osobie liczby mnogiej mógł kiedyś pisać wyłącznie król Polski, ewentualnie książę Radziwiłł, nie przejmujemy się tym zbytnio. Pluralis majestatis to przyjęta i uświęcona tradycją forma nawiązywania kontaktu autora z czytelnikiem: udowodnimy, sprawdzimy, przekonamy się o prawdziwości wniosku *wspólnie*. Autor wskazuje drogę, a czytelnik, odpowiednio przez autora kierowany i prowadzony, ma ją pokonać. Stąd to uparte *my*.

3.1.6 O wzorach w tekście i o czytaniu na głos

Czytelnik, który przywykł do słuchania wykładów i uczestnictwa w ćwiczeniach, może mieć wrażenie, że najważniejszą rzeczą w tekście matematycznym są wzory. To nieprawda; wzory są potrzebne, jednak ważne treści matematyczne oraz istotę rozumowań (nawet w mocno technicznych obszarach analizy matematycznej) często znacznie łatwiej jest oddać słowami: proszę zajrzeć np. do losowo wybranych prac Terence'a Tao, albo do jego podręcznika teorii miary [10]. Same wzory, pozbawione odpowiednich słownych komentarzy i drogowskazów (pamiętajmy: autor ma *prowadzić* czytelnika i ułatwiać mu przebrnięcie i zrozumienie niełatwego matematycznego tekstu), przypominają obrazy malarstwa abstrakcyjnego lub hieroglify.

Dwa sąsiednie wzory powinien zawsze oddzielać *słowny klej*, służący temu, żeby Czytelnik wiedział:

- Co będziemy teraz robić? Dlaczego i jak to robimy?
- Czy dany krok rachunków lub rozumowania jest prosty, czy żmudny, na czym się opiera?
- Skąd dany wzór się bierze?
- Jak łączymy w całość informację zawartą w kilku wzorach?
- Jeśli wzór jest dość długi i składa się np. z serii (nie)równości, to na czym polegają przejścia między nimi?

Pisząc tekst matematyczny, warto wyobrażać sobie, że usiłujemy o jakiejś partii matematyki opowiedzieć znajomemu w pociągu czy w autobusie. Owszem, coś może zdołamy na kartce nagryzmolić, pokazać mu wzór czy dwa, ale znacznie ważniejszy jest podczas takiego kontaktu *tekst mówiony*. To dzięki niemu nasz rozmówca coś rozumie (lub nie). Z pisaniem jest pod wieloma względami tak samo.

A skąd wiadomo, że tekst, w którym komentarze słowne przeplatają się stale z wzorami, jest dobry, albo przynajmniej akceptowalny? Niezłym testem jest czytanie go na głos. Znana reguła mówi, że tekst powinien brzmieć sensownie zarówno wtedy, gdy wzory starannie odczytujemy – np. czytamy: *dowodzimy, że całka z f względem miary Lebesgue'a na przedziale $[0, 1]$ jest równa $\Gamma(\frac{1}{2})$* – jak i wtedy, gdy zamiast każdego dłuższego wzoru mówimy *bla, bla, bla*. Nie powinno być tak, że podczas takiego procesu dodajemy słówka, których w tekście (ani we wzorze) nie ma. Jeśli przy próbie czytania tekstu odruchowo dorzucamy coś *od siebie* (bo inaczej w zdaniu zabraknie orzeczenia, albo ważnego spójnika), tekst jest zły i trzeba go poprawić.

Wspomnijmy także, że wzory są *integralną częścią tekstu*: są w środku zdań, czasem na ich końcu. Dlatego po niektórych wzorach umieszczamy kropkę, po niektórych – przecinek, a po niektórych – nic (gdy reguły interpunkcji tego nie wymagają). Proszę obejrzeć np. wspomniany wyżej podręcznik Tao, albo znaną książkę W. Rudina [9].

Proszę również pamiętać o ważnej regule: **nie umieszcza się wzorów na samym początku zdania**. Zamiast

f jest parzysta.

piszemy

Funkcja f jest parzysta.

– także wtedy, gdy uważny czytelnik naszego tekstu wie, że litera f oznacza funkcję, która ma prawo być parzysta, a nie coś takiego, co z jakkolwiek rozumianą parzystością nie ma nic wspólnego.

Znaki relacji we wzorach to zwykle czasowniki: *A równa się B*, *x należy do Y* itp. Dlatego czasem zbitka wyrazów i wzoru, w której na pierwszy rzut oka czasownika nie widać, *jest* pełnoprawnym zdaniem.

3.1.7 O kalkowaniu, spójnikach, prostocie

Pisząc tekst matematyczny, odczuwamy naturalną (nie zawsze świadomą) skłonność, żeby używać zwrotów, które słyszymy od innych np. podczas wykładów i ćwiczeń. *Nie należy* kalkować takich zwrotów bezrefleksyjnie: wszyscy ludzie, w tym matematycy, popełniają błędy językowe, szczególnie w tekście mówionym. Typowe, często spotykane błędy to użycie jako słownego kleju zbitki słów *mamy, że*, albo *dostajemy, że*. Tymczasem na codzień każdy powie *ale mamy szczęście*, albo *dostajemy spadek* – nieszczęsna partykuła *że* będzie nieobecna. Dobrym testem, czy zwrot, którego chcemy użyć (bo niestety zdarzało się nam go słyszeć...), jest właściwy i poprawny, jest próba użycia go w innym, potocznym kontekście. Gdy to kilkakrotnie zrobimy, to z pełnym przekonaniem będziemy później pisać:

- *Przekonujemy się, że* (ktoś miał rację), *Widzimy, że* (pogoda jest brzydka), *sprawdzamy, że* (starczy nam drobnych na kawę) itp.,

natomiast

- *otrzymujemy* (list polecony), *dostajemy* (prezent), *mamy* (przyjemność spotkać miłą osobę) itp., bez wiadomej partykuły.

Krótkie wzory, zajmujące mały fragment liniiki, przedzielone są czasem kilkoma słowami, a czasem po prostu jakimś spójnikiem. Proszę pamiętać, że choć z punktu widzenia elementarnej logiki są tylko cztery rodzaje zdań (koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność) i operator negacji, to liczba spójników w języku polskim (i nie tylko) jest dużo większa. I dobrze. Można i należy z tej różnorodności korzystać, żeby akcentować i podkreślać to, co akurat ważne, co dane obiekty łączy (lub odróżnia): wszelkie podobieństwa, różnice, kontrasty, przyczyny danego stanu rzeczy i wiele innych spraw.

Proszę np. zauważyć, że banalną informację $x = 0$ i $y = 1$ można czytelnikowi przekazać na wiele różnych sposobów. Oto kilka z nich:

- $x = 0$ i $y = 1$; $x = 0$, a $y = 1$
- $x = 0$, ale $y = 1$; $x = 0$, natomiast $y = 1$; $x = 0$, zaś $y = 1$;
- $x = 0$ i dlatego $y = 1$.

Podobnie jest z pisaniem o implikacji: można to robić na różne sposoby. Proszę otworzyć w losowym miejscu książkę [9] i przekonać się o tym.

Wspomnijmy na koniec, że dobry tekst matematyczny jest prosty, pozbawiony nadmiaru ozdobników. Czytanie o matematyce jest rzeczą trudną. Nie należy czytelnikowi dodatkowo komplikować stojącego przed nim zadania nadmiernie rozbudowaną stylistyką, bardzo długimi i wielokrotnie złożonymi zdaniami, nazbyt wyrafinowanymi słowami.

3.2 Sygnał: T_EX.

Autor współcześnie pisanego tekstu matematycznego nie ma wyjścia: *musi* nauczyć się T_EX-a. Po pierwsze, to powszechny standard; korzystanie z innych rozwiązań oznacza brak profesjonalizmu. Po drugie, nauka rozsądnych podstaw T_EX-a jest prosta. Po trzecie, pisanie w T_EX-u pozwala, wbrew pozorom, skupić się niemal wyłącznie na *logicznej strukturze* tekstu, a nie na tym, jak ma on później wyglądać. Proszę myśleć o tym tak: T_EX to zręczny zecer; ja mu przyniosę w miarę staranny rękopis, a on mi z tego zrobi małe arcydziełko sztuki drukarskiej.

Nieco więcej o tym systemie składu tekstów piszemy dalej, w rozdziale 5.

3.3 Wprowadzenie do pracy

Dobrze jest zacząć od napisania *pierwszej wersji* wprowadzenia do pracy. Pozwoli to ubrać w słowa znaczną część wcześniejszego planowania zawarto-

ści i układu tekstu, a także przyspieszy i ułatwi pisanie dalszego ciągu. We wprowadzeniu:

1. Zapowiadamy, o czym praca będzie (i zwięźle mówimy, jakimi motywacjami kierował się autor, pisząc akurat o tym, a nie o czym innym; to zwykle ułatwia lekturę lub do niej zachęca),
2. Definiujemy podstawowe pojęcia i ustalamy notację;

Podkreślmy bardzo wyraźnie, że

- Notację należy wcześniej *starannie przemyśleć*, dbać o jej logiczność, prostotę, wykorzystanie alfabetu, czytelność (w tym o typografię, o unikanie nadmiaru indeksów) i o to, by nie była źródłem konfuzji:
 - podobne obiekty oznaczamy symbolami z tej samej klasy;
 - na odwrót, jeśli w rozdziale piątym literka μ ma oznaczać jakąś miarę, to lepiej, żeby w rozdziale czwartym nie była zwykłym indeksem, lub wykładnikiem Lapunowa,
 - jeśli w tekście pojawia się jakikolwiek wzór, powinno być *od razu* wiadomo, jaki jest sens poszczególnych występujących w nim symboli i literek; czytelnik naszej pracy nie ma szukać tej informacji dalej (w dodatku samodzielnie, bez podpowiedzi)²;
- Wiele dziedzin matematyki ma wypracowane, uświęcone tradycją standardy notacji (np. teoria grup i algebr Liego), której użycie zwykle wspiera \TeX ; bez dobrej, umotywowanej potrzeby zdecydowanie nie należy takich standardów łamać;
- Jeśli notacja (szczególnie wprowadzana *ad hoc*, dla potrzeb naszej pracy) może być w rozsądnym stopniu mnemotechniczna, to niech taka będzie – złym pomysłem jest na ogół pisanie w jednym tekście o zbiorze punktów *dobrych*, oznaczanym literą N , i zbiorze punktów *nietypowych*, oznaczanym literą D , a jeśli jest inny, quasi-sensowny powód, żeby tak krzyżować litery, to może trzeba *jeszcze raz przemyśleć notację*;

²Są pewne wyjątki od tej reguły: zdarza się np., że we wprowadzeniu chcemy wypisać jakiś wzór, który dotyczy pewnego *bardzo skomplikowanego obiektu* (i w dodatku jednym z celów pracy jest obszerne, dłuższe wyjaśnienie, czym ów mało znany obiekt jest), można wtedy napisać np. tak: *... gdzie f jest funkcją gładką, a BS_o – bardzo skomplikowanym obiektem, którego ścisłą definicję podamy dopiero w rozdziale 3, po omówieniu (tego i owego). Dla potrzeb tego wprowadzenia, czytelnik może sobie jednak wyobrazić, że $BS_o f$ jest po prostu różniczką funkcji f .* Oczywiście, taki opis nie powinien być oszukańczy.

- W tekście warto używać wzorów oszczędnie i omijać je tam, gdzie nie są potrzebne: np. w zdaniu *Każde odwzorowanie zwięzające T przestrzeni metrycznej zupełnej X w nią samą literki T oraz X są niepotrzebne* (co innego wtedy, gdy chodzi o zastosowanie twierdzenia do konkretnych obiektów: w procesie sprawdzania założeń powinno być wiadomo, co to za obiekty i jak są oznaczone).

Jeśli czytelnik ma wątpliwości, jakich oznaczeń użyć, na ile je upraszczać itd., niech poszuka dobrych wzorców w literaturze swojej dziedziny (to lekarstwo na wiele boleści piszącego).

3. Formułujemy główne wyniki pracy.

Tu ważna jest **logiczna kolejność**: warto najpierw podać motywacje wprowadzanych pojęć czy formułowanych twierdzeń i związane z nimi intuicje, potem sformułować ściśle twierdzenie. Odwrotna kolejność prowadzi do sytuacji, w której czytelnik łamie sobie głowę nad treścią twierdzenia przez dłuższy czas, tylko po to, by odwróciwszy z pewnym zniechęceniem kartkę (*nic z tego, kurczę, nie rozumiem!*) znaleźć na następnej stronie przystępne wyjaśnienie, o co w sformułowaniu chodziło (*i nie mogli od razu tego napisać?!*). No właśnie – mogli.

4. Odwołując się do literatury, cytujemy,³ być może w oddzielnym podrozdziale, te twierdzenia, z których będziemy po drodze korzystać, a których nasz odbiorca znać nie musi. Ustalenie, które to twierdzenia, zależy przede wszystkim od odpowiedzi na pytanie: kto jest docelowym czytelnikiem;

Proponowana reguła (do ustalenia z opiekunem pracy): Przywołujemy wszystkie twierdzenia, które nie są tematem **obowiązkowych** wykładów dla etapu licencjackiego (przy pracy licencjackiej) bądź licencjackiego i magisterskiego (przy pracy magisterskiej). Zawsze należy cytować twierdzenia, gdy korzystamy z ich nietypowych wersji, np. przy słabszych niż zwykle założeniach. Warto pamiętać, że sformułowanie: Twierdzenie Weierstrassa, Twierdzenie Cantora czy Twierdzenie Lebesgue'a są wieloznaczne – czasami warto przywołać twierdzenie tylko po to, by później było łatwo się na nie powoływać.

5. Opisujemy i zapowiadamy możliwie zwięźle, co się będzie działo w kolejnych rozdziałach; jeśli sporą częścią pracy jest np. długi dowód (albo

³Zaznaczmy, że odwołanie do literatury, które brzmi *Równość (3.17) zachodzi wobec znanych twierdzeń teorii miary i całki, patrz [10]*, jest zwykle dowodem niechlujstwa autora, jego braku profesjonalizmu i szacunku dla czytelnika. Można wszak napisać: *Równość (3.17) zachodzi wobec twierdzenia Fubinięgo, patrz np. [10, Tw. 1.7.21]*.

skomplikowana analiza jednego modelu matematycznego), można pokusić się o opisanie w paru zdaniach lub akapitach głównych etapów, pomysłów, struktury tego dowodu (tej analizy modelu);

6. Podajemy źródła: na podstawie czego praca powstała; to jest także miejsce na wszelkie nieprecyzyjne cytowania (odnośniki do notatek, nieopublikowanych prac itp.);
7. Czasem kończymy wprowadzenie podziękowaniami: może dla opiekuna, który nam pomagał; może dla fundatora stypendium, które zapewniło nam warunki do pracy, może dla kogoś innego, kto rozmawiał z nami długo (i dzięki temu coś nam się w głowie, choćby w części, rozjaśniło).

Wprowadzenie piszemy wielokrotnie, uzupełniając i modyfikując je po ukończeniu każdego rozdziału (często okazuje się wtedy, że warto minimalnie zmodyfikować oznaczenia, nieco inaczej opisać zawartość pracy, uzupełnić listę źródeł), a na koniec i tak piszemy na nowo. Wiele osób uważa, że dobre wprowadzenie do pracy powinno być napisane tak, aby zajęty ekspert po jego lekturze świetnie wiedział, o co w tej pracy chodzi, co i jak zostało w niej zrobione, co jest naprawdę nowe, a co znane, tylko opowiedziane inaczej.

3.4 Dalsze rozdziały

Wszystkie następne rozdziały piszemy *spiralami*: napisawszy pierwszy, piszemy na nowo wprowadzenie, uzupełniając je o wszystko, co „wyszło” przy pisaniu pierwszego rozdziału. Po napisaniu drugiego rozdziału poprawiamy, nierzadko pisząc spore części od nowa, wprowadzenie i rozdział pierwszy, dopasowując je do treści rozdziału drugiego. Po napisaniu rozdziału trzeciego piszemy od nowa wprowadzenie, rozdział pierwszy i drugi i tak dalej.

Oczywiście przy drugim, trzecim czy czwartym podejściu do rozdziału pierwszego zazwyczaj trzeba go jedynie uzupełnić czy skorygować, ale należy być gotowym do daleko idących poprawek, a nawet do napisania całego rozdziału od nowa, jeżeli w międzyczasie nasz pomysł na jej wcześniejsze części (lub na podział materiału) uległ zmianie. Nam samym zdarzało się wykonywać w tekście długości około 30–40 stron dobrych kilka obrotów takiej spirali, oraz kilka iteracji poprawek gotowej całości, a gdy tekst miał współautorów i każdy z nich był uważny (a także przywiązany do własnej koncepcji), to obrotów spirali oraz iteracji poprawek bywało i dwadzieścia! Owszem, niektóre z nich były krótkie, ale jednak *były* i miały swój sens: pozwalały z tekstu usunąć niejasności, wady, niezamierzone błędy popełnione w pośpiechu lub w ferworze pisania.

Jak już wspominaliśmy, nie należy rezygnować z daleko idących zmian tylko dlatego, że to dużo roboty: pracę niespójną czyta się źle, a w typowej pracy matematycznej początkowe rozdziały powinny być szczególnie staranne i dobrze przemyślane, bo pełnią rolę służebną względem późniejszych, zawierających główne wyniki czy dowód kluczowego twierdzenia.

3.4.1 Planować, co w następnym odcinku

Pisząc tekst matematyczny, należy z wyprzedzeniem myśleć o tym, co będzie w nim później. To drugi rozdział, a mają być cztery? Pewnie z jakiegoś powodu. Pewnie w trzecim lub czwartym istotne partie drugiego *będą naprawdę potrzebne*. Będzie trzeba się do nich odwołać, będzie trzeba użyć tych samych (albo innych!) oznaczeń. Jeśli spiralne korekty zabierają nam dużo czasu i zbyt wiele poprawiamy, to sygnał, że nie przemyśleliśmy struktury i układu pracy dostatecznie dobrze.

3.4.2 Twierdzenia, lematy, wnioski, dowody

Z punktu widzenia samej organizacji tekstu – nie chodzi nam o jakąś poważną logiczną klasyfikację – są różne kategorie twierdzeń matematycznych. Główne wyniki pracy to, zwykle, twierdzenia. Twierdzenia pomocnicze, używane tylko w dowodach najważniejszych wyników pracy, nazywamy często, zgodnie z przyjętym obyczajem, lematami. Używamy tej nazwy szczególnie wtedy, gdy lemat sam w sobie bardzo ciekawy nie jest, za to użycie go pozwala jakiś średnio ciekawy, pomocniczy fragment głównego rozumowania *zamknąć w pudełku*.

Nadmiar twierdzeń i lematów nie jest dobry, ale pamiętajmy: jeśli jakiś fragment rozumowania *powtarzamy*, to warto pomyśleć, czy tekst nie byłby łatwiejszy, gdyby ten powtarzalny element stał się *dobrze przemyślanym lematem*.

Z większych twierdzeń i lematów wyciągamy wnioski (ale jeżeli wniosek wymaga złożonego, kilkustopniowego dowodu, a nie kilkulinijkowego uzasadnienia, to raczej należy go nazwać lematem lub twierdzeniem), uwagi itp. Ważne twierdzenia, do których będziemy wracać, warto jest opatrzyć nazwą, ułatwiającą pamiętanie treści. Czytelnik sam zna przykłady takiego postępowania: twierdzenie o zamianie zmiennych, twierdzenie o wykresie domkniętym, centralne twierdzenie graniczne, mocne prawo wielkich liczb itd.

Rozbicie dłuższych dowodów na mniejsze partie (np. właśnie za pomocą lematów) ma swoich zwolenników (mówią zwykle, że to ułatwia organizację rozumowań) i przeciwników (można od nich usłyszeć, że takie sztuczne rozdrobnienie struktury tekstu skrętnie ukrywa zasadnicze trudności i potem

nie wiadomo, o co w dowodach chodzi). Podkreślmy wyraźnie: w wielu sytuacjach taki zabieg pozwala po pierwsze znacznie lepiej przemyśleć strukturę rozumowania, a po drugie podzielić pracę na mniejsze, łatwiejsze do wykonania części. Mamy wolne popołudnie, zbyt krótkie, żeby wystukać cały długi i skomplikowany dowód – spiszmy choć dowód jednego z lematów. Doszlifujmy konkretny, zamknięty element.

Dowody powinny być precyzyjne zapisane i precyzyjnie zredagowane: po pierwsze, zwykle należą do najtrudniejszych części tekstu, po drugie, są bardzo istotne, jako certyfikaty tego, co naprawdę do matematyki należy (jako prawdziwe twierdzenie), a co jest tylko na jej obrzeżu, w okolicy heurystyki, spekulacji, hipotez. Można poprzedzać je pisaniem o intuicjach i i zapowiadaniem, co się będzie w nich działo – czytelnikowi zwykle ułatwia to śledzenie późniejszego tekstu. Można i należy mówić Czytelnikowi, że jakiś krok lub fragment dowodu

- jest tylko rutynowym sprawdzeniem warunków z wcześniejszej definicji;
- jest żmudny, ale w istocie wymaga tylko uwagi i cierpliwości;
- jest kluczowy, zawiera najważniejsze pomysły lub przejścia dowodowe.

Wymóg precyzji i ścisłości nie oznacza, że trzeba pisać bardzo drobiazgowo i szczegółowo. Nadmiar drobiazgowości sprzyja ukrywaniu tego, co naprawdę istotne i ważne. Polecamy książeczkę J.E. Littlewooda [6], w której można odnaleźć przykład tego samego dowodu (zrozumiałego dla studenta, kończącego dwa lata studiów na matematyce), zapisanego raz bardzo drobiazgowo i przez to zupełnie niestrawnie, a drugi raz – zwięźle i sensownie.

Oczywiście, należy pamiętać o utrzymywaniu w tekście mniej więcej jednolitego stopnia trudności: nie należy np. szczegółowo zapisywać dowodów łatwych, a zaraz potem robić przeskoków w dowodach trudnych.⁴

3.4.3 Numeracja

Twierdzenia (definicje, lematy, wnioski) w tekstach matematycznych często są numerowane, szczególnie wtedy, jeśli praca nie jest krótka i nie składa się z jednego twierdzenia, które dotyczy pojęć świetnie wszystkim znanych.

⁴Nieprecyzyjna, ale niezła ogólna reguła nt. tego, o czym wolno nie pisać, jest następująca: wolno czytelnikowi zostawić do samodzielnego sprawdzenia *jedną*, dobrze określoną rzecz (która *dla tego konkretnego* czytelnika powinna być elementarna); zostawianie w zapisie dowodu przeskoku, który wymaga dwóch kroków, *a także ich samodzielnego połączenia*, to zbyt wiele.

Jeżeli praca ma kilka rozdziałów (a praca dyplomowa zazwyczaj ma), to dobrze, jeżeli numeracja twierdzeń jest dwustopniowa: Twierdzenie 3.6 oznacza twierdzenie nr 6 w rozdziale trzecim. Ponadto, jest *znacznie* wygodniej, gdy wszystkie numerowane twierdzenia, lematy, uwagi, wnioski, hipotezy, przykłady itp. korzystają z wspólnego licznika (i po Lemacie 3.4 następuje Przykład 3.5, a potem Twierdzenie 3.6). Szukanie, zwłaszcza w obszernej pracy, Przykładu 3.5, jeżeli wypada on między Twierdzeniem 3.7 a Wnioskiem 3.15, potrafi bardzo uprzykrzyć życie.

Technicznie można to uzyskać definiując w nagłówku pliku w L^AT_EX-u odpowiednie środowiska:

```
\newtheorem{twierdzenie}[chapter]{Twierdzenie}
```

(definiuje środowisko *twierdzenie*, z numeracją dwustopniową, której pierwszy człon oznacza numer rozdziału);

```
\newtheorem{lemat}{Lemat}[twierdzenie]
```

(definiuje środowisko *lemat*, z numeracją wspólną z środowiskiem *twierdzenie*).

3.4.4 Pamiętać, po co to wszystko

Otóż nie po to, a co najmniej nie tylko po to, żeby autora wyposażyć w tytuł zawodowy licencjata lub magistra.

Ani przez chwilę nie należy zapominać o tym, że głównym celem tekstu pisanego – w tym i pracy dyplomowej – jest komunikacja (a nie wykazanie się przed recenzentem, promotorem czy kimkolwiek innym). Należy więc cały czas mieć świadomość, że piszemy dla żywego czytelnika, któremu mamy przekazać treść matematyczną w możliwie najciekawszy i najstrawniejszy sposób. Dlatego należy starannie przemyśleć intuicje i motywacje związane z dowodzonymi twierdzeniami czy wprowadzonymi pojęciami – i podzielić się nimi z czytelnikiem. Jak w każdej komunikacji, trzeba też zadbać o to, by czytelnik miał zaufanie do Autora/Autorki, trzeba więc być wobec niego w pełni uczciwym. Chowanie nie dość dobrze zrozumianych pojęć za mułem mętnych rozważań zostawia jak najgorsze wrażenie – naprawdę lepiej szczerze się przyznać (a w ogóle to najlepiej pisać o tym, o czym ma się dostateczne pojęcie).

Pamiętajmy o wspomnianej już wcześniej logicznej kolejności: najpierw motywacje, zapowiedzi, intuicje; potem ścisły tekst. Nie każdy czytelnikowi łamać sobie głowy nad zupełnie niezrozumiałymi linijkami. *Możemy* pisać jasno, możemy wyraźnie mówić, co się właśnie w tekście (w rachunkach,

oszacowaniach, w rozumowaniu) dzieje, możemy zapowiadać, co się za chwilę stanie, możemy wreszcie mówić, *dlaczego robimy tak, a nie zupełnie inaczej*. To ostatnie zwykle bardzo pomaga czytelnikowi (a) w dopasowaniu do tekstu, który próbuje ogarnąć, własnych intuicji i doświadczeń, (b) w unikaniu fałszywych tropów.

Szczególną, rozjaśniającą rolę pełnią w pracy przykłady. Tym, gdzie je umieścić w pracy, kierują podobne zasady do sygnalizowanych wcześniej. Należy zastanowić się, *co ilustruje* dany przykład. Jeżeli wyjaśnia intuicje związane z twierdzeniem, warto dać go przed jego sformułowaniem. Jeżeli uzasadnia konieczność założeń – to raczej po sformułowaniu twierdzenia, ale na pewno przed jego dowodem, bo przykład taki ułatwi zapewne czytelnikowi zrozumienie dowodu. Jeśli stanowi prostą i łatwą ilustrację szczególnego przypadku metody, która w pełnej krasie będzie dopiero użyta w dowodzie – to pewnie tuż przed dowodem. Jeżeli wreszcie przykład ilustruje oddzielny fragment rozumowania zawarty w dowodzie, to albo po tym dowodzie, albo, w uzasadnionych przypadkach, nawet wewnątrz dłuższego dowodu.

Podkreślmy: dobrze przemyślany plan i układ treści, starannie i zczasu dobrane oznaczenia, jasny pogląd autora na strukturę rozumowań i na to, co ważne, a co drugorzędne, zmieniają pisanie w rzemieślniczą pracę. Może być trudna lub męcząca, ale posuwa się do przodu, a oglądanie tych postępów daje autorowi satysfakcję.

3.5 Po ostatnim rozdziale

Napisawszy ostatni rozdział właściwego tekstu, z trudnym dowodem głównego twierdzenia, albo serią wniosków i końcowych przykładów, możemy się zastanowić, czy praca wymaga krótkiego podsumowania. W wielu dziedzinach nauki praca bez podsumowania nie ma racji bytu, jednak w matematyce całkiem dobre i czytelne teksty potrafią się kończyć kwadracikiem po ostatnim dowodzie. Uważamy, że to dopuszczalne, choć w tekstach bliższych zastosowaniom matematyki końcowe, krótkie podsumowanie to dobra rzecz. Piszemy w nim, co w pracy udało się zrobić, a czasem także o tym, co się nie udało. Może być np. tak, że praca zawiera dowód jakiegoś twierdzenia przy dodatkowym, nienaturalnym założeniu, albo tylko w szczególnym, dodatkowo uproszczonym przypadku — natomiast dowód w ogólnym przypadku z pewnych względów (jakich?) nie jest zamieszczony, albo wręcz: nie jest znany.⁵

⁵Tu raz jeszcze wspomnijmy o uczciwości autorskiej: także w podsumowaniu pracy należy jak ognia unikać eufemizmów. Każde ze stwierdzeń (a) *Dla prostoty przedstawiony został dowód głównego twierdzenia przy dodatkowym założeniu (1.7)*, (b) *Dowód głównego twierdzenia z pominięciem założenia (1.7) nie jest znany autorowi pracy*, oraz (c) *To, czy*

Poza tym, po ostatnim rozdziale (i ewentualnym podsumowaniu) w pracy powinna być bibliografia, obejmująca wszystkie prace, do których odwoływaliśmy się w tekście. O tym, jak wygodnie tworzyć bibliografię, napisaliśmy nieco w podrozdziale 5.5.

3.6 Pisanie po angielsku

Pisanie po angielsku różni się od pisania po polsku tylko w takim stopniu, w jakim język angielski różni się od polskiego – a więc, z punktu widzenia matematyka, w stopniu technicznym. Dlatego ograniczymy się do kilku prostych wskazówek.

Gdy piszemy w języku, który znamy nieźle, ale jednak gorzej, niż język ojczysty, szczególnej wagi nabiera korzystanie z *dobrych wzorców*. Choćby Halmos czy Krantz, cytowani w naszej bibliografii, pisali po angielsku nie tylko teksty o tym, jak pisać⁶, ale i artykuły oraz książki czysto matematyczne. Brak mi gotowego zdania, żeby wyrazić coś, co skądinąd dobrze rozumiem? Szukam wzorca u tych, którzy dobrze piszą po angielsku (zupełnie tak, jak przy pisaniu po polsku – tyle, że w przypadku angielszczyzny wzorce są jeszcze ważniejsze, bo prawdopodobieństwo, że popełnię błąd językowy, jest wyższe). Teksty w takich czasopismach, jak *Notices of the AMS* czy *Bulletin of the AMS*, szczególnie napisane przez autorów, dla których angielski jest językiem ojczystym, są zwykle dobrymi wzorcami dobrej matematycznej angielszczyzny.

W sieci dostępne są liczne poradniki o tym, jak pisać (i jak nie pisać) po angielsku. Polecamy szczególnie fachowe porady redaktora Jerzego Trzeciaka z Działu Wydawnictw IMPAN, w tym książkę jego autorstwa [11] i materiały udostępnione online,

- <http://www.impan.pl/EN/PubHouse/writing.pdf>
- <http://www.impan.pl/EN/PubHouse/for-authors.html>

oraz bogaty, oparty na zbieranych przez wiele lat przemyśleniach autora tekstów matematycznych, poradnik Douglasa Westa:

- <http://www.math.illinois.edu/~dwest/grammar.html>

główne twierdzenie pracy zachodzi bez dodatkowego założenia (1.7), jest znanym problemem otwartym, patrz np. [tu konkretne odnośniki do literatury] znaczy co innego.

⁶Drobna, oczywista uwaga: wszystkie przykłady w [3] i [4] pochodzą z angielszczyzny, przez co dla polskiego autora są szczególnie cenne.

Na etapie korekty i szlifowania tekstu szczególnego znaczenia nabiera kontrola native speakera, albo przynajmniej kogoś doświadczonego, władającego angielszczyzną nie gorzej niż my.

Dorzućmy na koniec, że tłumaczenie na angielski tekstu, który najpierw został napisany po polsku, nie jest (naszym zdaniem) najlepszym pomysłem. Jeśli mam napisać tekst po angielsku, to staram się od początku myśleć o nim *po angielsku* – w tym języku robić drobne notatki, komentarze do obliczeń na kartkach itp. Jeśli ktoś włada angielskim bardzo źle, niech lepiej w tym języku nie pisze, a jeśli musi, niech znajdzie dobrego i cierpliwego współautora lub agencję tłumaczeń.

Rozdział 4

Korekta

Gdy tekst jest gotowy, wykonujemy jego korektę. Nic nie zwalnia autora z tego obowiązku.

O tym, co autor może i powinien zrobić sam, piszemy niżej. Proszę pamiętać, że w szlifowaniu, redagowaniu i doskonaleniu tekstu bardzo pomaga wykorzystywanie opinii innych osób. To *wcale nie musi* być opiekun pracy. Pierwszym krytycznym czytelnikiem może być zaprzyjaźniony kolega ze studiów (można założyć mini-spółdzielnię barterowej wymiany takich recenzencko-korektorskich usług), niekoniecznie matematyk (szczególnie, jeśli praca dotyczy konkretnych zastosowań matematyki lub jej historii). Bezcenni są członkowie bliższej i dalszej rodziny, wyposażeni w polonistyczne bądź redaktorskie doświadczenia.

4.1 Uwagi ogólne

Warto ją wykonać kilkakrotnie i bardzo starannie. Jeśli tekst jest dłuższy, to można postąpić np. tak.

- Przy pierwszym przebiegu skupiamy się na bardzo starannym czytaniu wszystkiego słowo po słowie, znaczek po znaczkach, zdanie po zdaniu, zwracając uwagę na:
 - wszelkie literówki, błędy ortograficzne, gramatyczne i inne;
 - poprawność wzorów: czy liczba nawiasów jest właściwa, czy indeksy są na swoich miejscach;
 - a także, *przede wszystkim*, na przejrzystość argumentacji w dowodach i przykładach: czy wszystko jest naprawdę jasne? Czy sami rozumiemy własne uzasadnienia, pisane kilka godzin, lub kilka dni

wcześniej? Czy przejście z jednej linijki do następnej nie wymaga kwadransa namysłu, zakończonego niepewnym *no dobrze, tak chyba jednak można, więc niech już zostanie?*

Wszystko to korygujemy i wklepujemy do pliku z tekstem.

- Przy drugim przebiegu¹ zwracamy uwagę przede wszystkim na stronę redakcyjno-językową. Chodzi o to wszystko, na co zwróciłby uwagę zawodowy redaktor, który wprawdzie nie musi wiedzieć w szczegółach, co to jest równowaga Nasha, wzór Künnetha, całka stochastyczna względem semimartyngału, albo słabe rozwiązanie równania parabolicznego, ale jednak czyta tekst i chciałby dobrze rozumieć jego strukturę i wszystkie komentarze. W szczególności:
 - Czy zdania nie są zbyt długie? (Jeśli tracimy oddech, próbując czytać je na głos, to są. Więcej kropek, mniej przecinków.) Czy słowa nie brzmią sztucznie, nie są zbyt napuszone?
 - Co można *spokojnie skreślić* bez straty zawartości informacyjnej? Czy nie nadużywamy strony biernej? (Strona czynna jest zwykle bardziej naturalna i ułatwia pisanie krótkich, jasnych zdań).
 - Czy w każdym fragmencie, który powinien być zdaniem, jest czasownik? Czy został on właściwie dobrany?
 - Czy drobne fragmenty brzmią dobrze, gdy czytamy je na głos? Czy nie opuszczamy wtedy odruchowo pewnych słów, nie dorzucamy innych? (Jeśli tak, należy je odpowiednio skreślić, albo dopisać). Czy nie ma w tekście nadmiaru homonimów (blisko położonych słów o różnym znaczeniu, ale badzo podobnym brzmieniu)?
 - Czy unikamy powtórzeń w tekście potocznym?
Jeśli np. mamy przed oczyma stronę, na której przed każdym z ośmiu ponumerowanych wzorów widnieje słówko *otrzymujemy*, to coś jest nie tak. Jeśli w akapicie komentarza nt. dowodu głównego twierdzenia cztery razy występuje przymiotnik *techniczny*, a pięć razy przysłówek *naturalne* (w potocznym znaczeniu), to coś jest nie tak. Trzeba pomyśleć, może sięgnąć po słownik synonimów, może popatrzeć, jak robią to inni, poprawić.
 - Czy terminologia jest jednolita? (Jeśli np. w umowie między stronami załącznik nr 1 został nazwany *kosztorysem*, to nie powinien

¹Nadal oczywiście wypatrując samotnych literówek i nieprecyzyjnych miejsc w dowodach

być kilka paragrafów dalej *preliminarzem*, choć to wyrazy bliskoznaczne. W tekście matematycznym obowiązuje podobna zasada).

- Czy tekst jest *przyjazny* tam, gdzie powinien być? Czy te fragmenty dowodów, które są łatwe, te, które żmudne i nieprzyjemne, lecz rutynowe, i te, które są naprawdę kluczowe, są odpowiednio zapowiedziane? Czy czytelnik zwróci uwagę na to, na co naprawdę powinien, zamiast skupiać się *na lokalnym sprawdzaniu poprawności i przechodzeniu o linijkę dalej?*

Wspominaliśmy wcześniej, że pisanie wymaga czasu. Z powyższej listy wynika, że korekta też jest czasochłonna. Co więcej: korekta wymaga skupienia i uwagi; nie można się nią zajmować i jednocześnie myśleć o czymś innym.

4.2 O typowych błędach

Nie sposób wyliczyć wszystkich możliwych błędów, jakie może zrobić nawet wprawnie pisząca w języku polskim osoba. Spośród tych często powtarzających się wybraliśmy kilka, które szczególnie nas irytują (jest więc to wybór bardzo subiektywny).

4.2.1 Odmiana nazwisk obcojęzycznych

Odmiana nazwisk w języku polskim nie jest sprawą prostą, szczegółowych reguł jest bardzo wiele, zainteresowanych odsyłamy np. do Słownika Języka Polskiego PWN, którego internetową wersję można znaleźć na stronie sjp.pwn.pl. Ogólna zasada mówi, że jeżeli tylko możemy dobrać odpowiedni wzorzec odmiany przez przypadki do nazwiska, to należy je odmieniać. Dobór tego wzorca zależy od płci właściciela nazwiska, jego narodowości, końcówki fonetycznej nazwiska... Na szczęście z większością nazwisk, jakie przyjdzie nam cytować, zetknęliśmy się już wcześniej; słyszeliśmy więc o operatorze *Laplasy*, twierdzeniu *Stouna-Wajersztrasy*, stałej *Ojlera-Maskeroniego*. Gdy jednak chcemy to zapisać, pamiętamy (choćby z obserwacji różnych wersji, jakie pojawiały się na tablicy podczas wykładów), że między poprawnie zapisanym nazwiskiem a końcówką gramatyczną powinien pojawić się czasami apostrof. Tyle, że niektórzy go piszą, inni nie, jeszcze inni piszą raz tak, raz tak. Jak więc należy pisać poprawnie?

Rzut oka na wspomniany Słownik Języka Polskiego PWN pokazuje, że i tu sprawa nie jest prosta i często reguły gramatyczne kłócą się z intuicją. Naj-

częściej wystarcza reguła, że apostrofu potrzebujemy wówczas, gdy nazwisko kończy się literą lub grupą liter, które nie są wymawiane (*Stone*, *Laplace*) lub gdy kończy się ono na *-y* występujące po spółgłosce, czytane jako *-i* (*Murphy*). Dlatego, wracając do podanych wyżej przykładów, mamy operator *Laplace'a*, twierdzenie *Stone'a-Weierstrassa*, stałą *Eulera-Mascheroniego*. I korespondencję między *Leibnizem* a *Lagrange'em*, prawo *Murphy'ego* i filmy *Disneya*.

Są nazwiska, które nie podlegają odmianie – bo jak sensownie odmienić np. *de la Vallée Poussin*²? W przypadku, gdy mamy wątpliwości lub gdy nazwisko odmienione zgodnie ze słownikowymi regułami wygląda dziwnie, lepiej pewnie pozostawić je w postaci nieodmienionej, wbrew formalnym regułom. W rachunku wariacyjnym znany jest *warunek Palais-Smale'a*³, który według zasad powinien być nazywany *warunkiem Palais'go-Smale'a*. Ale nikt tak nie mówi (ani nie pisze) – może za dużo apostrofów?

4.2.2 Cudzysłowy

W języku angielskim występują dwa rodzaje cudzysłówów: pojedyncze (‘ i ’) oraz podwójne, używane na przykład wewnątrz cudzysłówów pojedynczych (“ i ”)⁴. Na klawiaturze maszyny do pisania te dwa ostatnie zastąpiono jednym znakiem " – gdy autor składał manuskrypt do wydawcy, redaktor lub zecer musiał ustalić, które ze znaczków " to cudzysłowy otwierające, które zamykające – i zastąpić je odpowiednio znakiem “ lub ”.

Upowszechnienie komunikacji elektronicznej – i to, że klawiatura komputera powieliła rozwiązanie z maszyny do pisania – utrwaliło praktykę używania " zamiast obu podwójnych cudzysłówów. Dla użytkownika anglojęzycznego strata jest niewielka: w dalszym ciągu może używać poprawnie znacznie ważniejszych i częściej stosowanych cudzysłówów pojedynczych.

Piszący po polsku ma trudniejszy orzech do zgryzienia: poprawnego cudzysłowu otwierającego (,) w ogóle nie ma na klawiaturze. Gdy piszemy e-mail, nie mamy wyjścia i piszemy jak wszyscy, zastępując oba cudzysłowy znakiem "; w druku nie wygląda to jednak ładnie i nie jest zgodne z żadnymi (ani polskimi, ani angielskimi) zasadami interpunkcyjnymi. Na szczęście L^AT_EX pozwala wprowadzać oba znaki w bardzo prosty sposób: cudzysłów otwierający otrzymamy pisząc dwa przecinki (, , → ,,); z zamykającym mamy

²Charles Jean de la Vallée Poussin (1866-1962) – matematyk belgijski, udowodnił m.in. twierdzenie o rozmieszczeniu liczb pierwszych

³Richard Palais (1931-) i Stephen Smale (1930-) to wybitni matematycy amerykańscy

⁴czasem używa się jeszcze trzeciego rodzaju, rodem z typografii francuskiej: « i »

wybór: możemy napisać dwa apostrofy (‘ ’ → ’’) lub podwójny cudzysłów (“ → ”), efekt końcowy będzie ten sam.

4.2.3 Kreski, kreseczki

W polskiej tradycji interpunkcyjnej mamy całe bogactwo poziomych kresek, leżących na tej samej wysokości: dywiz (-), myślnik (–), minus (−) i pauzę (—). Każdy z nich ma swoje szczególne zastosowanie i nie należy ich mylić.

Najmniejszy problem jest ze znakiem pauzy: w zasadzie używany jest zamiennie z myślnikiem, jako znak zastępujący przecinek, lub przy zapisie dialogów. Nie występuje w języku angielskim, więc powoli wychodzi z użycia; by uzyskać go w T_EX-u, piszemy ---.

Minus, jak to minus, ma swoje miejsce we wzorach matematycznych, liczbach ujemnych⁵ i tylko tam; T_EX automatycznie zamieni znak - na minus (−), gdy jest w trybie matematycznym (to jest wewnątrz znaków dolara, środowiska equation itp) lub na dywiz (-), gdy jest w trybie tekstowym.

I tu dochodzimy do najczęstszego błędu: użycia dywizu w miejsce myślnika (który uzyskamy w T_EX-u pisząc --). Myślnik jest znakiem interpunkcyjnym, używanym, jak już wspomnieliśmy, w podobny sposób jak przecinek. Dywiz natomiast jest znakiem pisarskim używanym do łączenia słów (*sześćio- i 7-krotny, biało-czerwony*), nazwisk (*uzwarcenie Čecha-Stone’a*) i do przenoszenia wyrazów. W odróżnieniu od myślnika przylega bezpośrednio do przynajmniej jednego z łączonych słów (nie jest oddzielony spacjami). W druku dywiz jest znacznie krótszy od myślnika i użycie go zamiast tego ostatniego wygląda nieestetycznie.

Współczesne edytory tekstu starają się z kontekstu zgadnąć, o który z tych dwóch znaków chodzi piszącemu i automatycznie (choć nie zawsze poprawnie) zastępują w tekście klawiaturowy „minus” jednym z dwóch wspomnianych znaków. My, użytkownicy T_EX-a, jesteśmy zdani na siebie.

⁵Nie ma znaczenia, czy napiszemy 10 stopni Celsjusza, czy \$10\$ stopni Celsjusza, ale przy −10 stopniach należy napisać \$-10\$, nie -10, żeby otrzymać przed dziesiątką właściwy znak.

Rozdział 5

TEX-nikalia

5.1 O TEX-u i L^ATEX-u słów kilka

Jak wspomnieliśmy wcześniej, obowiązującym standardem składu prac matematycznych – w tym również dyplomowych – jest składanie ich w systemie TEX¹ a w przypadku prac dyplomowych na wydziale MIM UW – w systemie składu L^ATEX 2_ε, który jest nakładką i zestawem makroinstrukcji na system TEX. Wzór takiej pracy, wraz z plikiem źródłowym i klasą `pracamgr.cls` można znaleźć w portalu wydziałowym, na stronie

<http://www.mimuw.edu.pl/studia/dyplomy/wzor-pracy/>

Sprawne pisanie w systemie L^ATEX jest sztuką, której opanowanie wymaga nieco czasu – jest to w istocie swojej nauka nowego języka programowania. Warto jednak ten czas zainwestować, po pierwsze dlatego, że, jak już wspominaliśmy, w zasadzie nie ma innego wyjścia (może poza spisaniem pracy ręcznie i zapłaceniem komuś za skład), po drugie dlatego, że TEX (i rozmaite na niego nakładki) zwalniają nas z myślenia nad mnóstwem niezbyt, naszym zdaniem, istotnych problemów, z jakimi borykają się studenci wydziałów humanistycznych, składający swoje prace np. w Microsoft Wordzie, OpenOffice czy innych edytorach tekstu opartych na zasadzie *What you see is what you get*: czy odstęp między liniami jest odpowiedni, czy w linii jest odpowiednia liczba znaków, a na stronie jest odpowiednia liczba linii, czy odnośniki są takie, jakie lubi promotor, a styl cytowania zgodny z obowiązującym w Zakładzie (bo sąsiednia Katedra preferuje inny...) – i czy praca, która była zgodna z tymi wszystkimi wymaganiami, gdy drukowaliśmy ją na atramentowej drukarce w domu, wciąż będzie je spełniać, gdy zostanie wydrukowana na drukarce w laboratorium...

¹Nazwa pochodzi od greckiego słowa τέχνη (*techne*), oznaczającego zarówno sztukę, jak i rzemiosło, stąd TEX – *tech* i L^ATEX – *latech*, nigdy *teks* czy, o zgrozo, *lateks*.

O tym, jak okropnie wyglądają wzory składane w rozmaitych edytorach tekstu, nie będziemy nawet pisać. Natomiast \LaTeX , uzupełniony o klasę `pracamgr.cls`, sam zadba o odpowiedni wygląd strony tytułowej, rozmiar czcionki w nagłówkach rozdziałów itp. Wzory matematyczne pisze się w sposób dość naturalny, a po złożeniu mają taki wygląd, do jakiego przyzwyczyły nas podręczniki (od co najmniej ćwierćwiecza składane wyłącznie w rozmaitych mutacjach \TeX a)².

Nie mamy ambicji pisania kolejnego wprowadzenia do systemu \TeX i \LaTeX – tych będzie się musiał czytelnik nauczyć samodzielnie. W internecie dostępnych jest wiele doskonałych podręczników \LaTeX a, można je znaleźć na przykład na stronach Polskiej Grupy Użytkowników Systemu \TeX (GUST) <http://www.gust.org.pl/doc/documentation>.

Wart uwagi jest też klasyczny podręcznik Leslie Lamporta (twórcy \LaTeX -a) *\LaTeX : a document preparation system*, dostępny również po polsku [5], bardzo obszerny podręcznik Franka Mittelbacha i Michela Goossensa *The \LaTeX Companion* [7] czy książka Zofii Walczak *\LaTeX dla niecierpliwych. Część I.* [12].

5.2 Komentarze

Podobnie jak przy pisaniu programów komputerowych, pisanie komentarzy³ w pliku \LaTeX -owym może wydawać się zbędne – i rzeczywiście, jeżeli piszemy podanie do dziekana, rozwiązanie zadania domowego czy jakikolwiek inny prosty tekst, obędziemy się bez komentarzy. Jednak przy pisaniu dłuższego artykułu, czy tym bardziej pracy dyplomowej, przydają się one z wielu różnych względów.

Po pierwsze, często już w trakcie wpisywania fragmentu tekstu mamy do niego uwagi, widzimy pewne niedociągnięcia czy punkty wymagające uzupełnienia, ale nie chcemy przerywać pisania, bo akurat dobrze nam to idzie. Również w trakcie korekty drobne poprawki warto nanosić „na pniu”, od razu, odkładając sprawy wymagające głębszego namysłu na później. Komentarz, w większości współczesnych edytorów \LaTeX -a oddawany innym kolorem, jest sposobem na zanotowanie tych uwag tak, by w przyszłości łatwo było do nich wrócić.

Po drugie, komentarze ułatwiają przeglądanie tekstu, szczególnie gdy zawiera on wiele wzorów. Praca dyplomowa powstaje (a w każdym razie po-

²Nie znaczy to, że w \LaTeX -u nie da się złożyć wzoru tak, by był nieczytelny, albo by wyglądał okropnie, ale wymaga to trochę pracy i z reguły jest łatwe do poprawienia.

³Komentarzem w \TeX -u jest każda linia rozpoczynająca się znakiem procentu. Jeżeli natomiast chcemy umieścić znak % w tekście, musimy poprzedzić go ukośnikiem: `\%`.

winna powstawać) przez dłuższy czas, po dwutygodniowej przerwie często trudno przypomnieć sobie, nawet, gdy dysponujemy odręcznymi notatkami, na jakim etapie zatrzymaliśmy się, jakie mieliśmy zamiary, które fragmenty uznaliśmy za kompletne i gotowe, a które są ledwie szkicem.

Kolejny powód w mniejszym stopniu odnosi się do prac dyplomowych, gdyż rzadko są one efektem współpracy kilku osób. Gdy jednak – tak jak przy powstawaniu tego tekstu – kilka osób niezależnie pracuje nad tym samym tekstem, komentarze są nieodzowne. Można więc potraktować „dekorowanie” pracy dyplomowej komentarzami jako wprawkę i wdrożenie dobrego obyczaju, który zaprocentuje przy ewentualnej współpracy z innymi matematykami w przyszłości. A jeżeli okaże się, że przy próbie skompilowania pracy L^AT_EX generuje niezrozumiałe dla nas błędy – i mimo długiego namysłu i prób nie możemy z tekstem dojść do ładu – bez wstydu będziemy mogli pokazać tekst źródłowy pracy biegłej w L^AT_EX-u koleżance bądź promotorowi i poprosić o pomoc.

5.3 Typografia

Głównym powodem powstania T_EX-a była irytacja, jaką wzbudzało w Donaldzie Knucie⁴ obniżenie poziomu typografii⁵ związane z odejściem od technologii monotypu i upowszechnieniem fotoskładu – a dokładniej to, o ile gorzej wyglądało drugie (1976) wydanie jego podręcznika *The Art of Computer Programming* w porównaniu z pierwszym (1969). Choćby z szacunku dla Knutha warto dbać o ładny układ strony, czytelne wzory, poprawne łamanie wyrazów... Do lat siedemdziesiątych XX wieku zająłby się tym zecer-specjalista (za którego pracę musielibyśmy słono zapłacić), dziś nikt nas z tego obowiązku nie zwolni.

Sprawą, na którą szczególnie warto zwrócić uwagę, jest wspomniana już przed chwilą czytelność wzorów. Najczęstszym problemem są za małe czcionki, które pojawiają się wtedy, gdy np. stosujemy ułamki w wykładnikach, piętrowe ułamki, iterowane indeksy czy złożone wyrażenia w granicach całkowania. Wszyscy zgodzimy się chyba, że całka $\int_{\frac{1}{1+y^2}}^{1+y^2} e^{t+\frac{\sin t}{t^\alpha}} dt$ wygląda dość okropnie. Po wydzieleniu jej z akapitu (w uproszczeniu: po umieszczeniu jej

⁴D. Knuth – wybitny amerykański matematyk i informatyk – jest twórcą T_EX-a (zarówno koncepcji, jak i języka i większości kodu kompilatora).

⁵tym zbiorczym terminem (τύπτειν *typtein* „uderzać” + γραφή *grafe* „pismo”) obejmuje się ogół zagadnień dotyczących doboru i wyglądu czcionki i ogólnej układu graficznego projektowanej czy drukowanej strony.

w podwójnym znaku dolara, a nie w pojedynczym) jest nieco lepiej:⁶

$$\int_{\frac{1}{1+y^2}}^{1+y^2} e^{t+\frac{\sin t}{t^\alpha}} dt,$$

a jeżeli z jakichś szczególnych względów chcemy ją jednak umieścić wewnątrz tekstu, możemy dodać na początku wzoru komendę `\displaystyle`:

$$\int_{\frac{1}{1+y^2}}^{1+y^2} e^{t+\frac{\sin t}{t^\alpha}} dt.$$

W dalszym ciągu wzór taki nie wygląda jednak zbyt pięknie, „rozpycha się” wewnątrz linii, a czcionka wykładników jest po prostu zbyt drobna. Warto poświęcić chwilę i zastanowić się, czy nie umiemy przekształcić wzoru tak, by oznaczał to samo, ale bez użycia zbyt małych znaczków:

$$\int_{(1+y^2)^{-1}}^{1+y^2} \exp(t + t^{-\alpha} \sin t) dt.$$

5.4 Ilustracje

Nie trzeba chyba przekonywać Czytelnika o korzyściach z ilustracji w tekście matematycznym. Zapewne może się bez nich obyć praca z logiki formalnej czy teorii liczb, ale np. większość rozumowań w szeroko pojętej analizie matematycznej jest trudna do pojęcia bez odpowiedniego rysunku (i nad takim rysunkiem często powstała).

Widzieliśmy prace dotyczące topologii czy geometrii, które powstają w ten sposób, że Autor, znalazłszy zrozumiały i czytelny dowód „rysunkowy”, starannie opisuje go w artykule pozbawionym ilustracji tylko po to, żeby czytelnik mozolnie, błędząc lub nie, odtworzył sobie ten rysunek we własnych notatkach i dzięki temu zrozumiał istotę dowodu twierdzenia. Dlaczego powstają takie artykuły? Dlatego, że tworzenie ilustracji, które można umieścić w pliku `TEX`-owym, jest pracochłonne, niełatwe i wielu matematyków po prostu tego nie umie.

Trzeba zdawać sobie sprawę z tego, że `TEX` i `LATEX` są starsze niż większość używanych dziś formatów plików graficznych⁷. Gdy powstawały, możliwości

⁶Standardowo `LATEX` umieszcza granice całkowania nieco na prawo od znaku całki; aby umieścić je, jak w naszym tekście, nad i pod znakiem całki, użyliśmy pakietu `amsmath` z opcją `intlimits`. Są też inne sposoby na uzyskanie tego samego efektu.

⁷`TEX` powstał w 1978, `LATEX` na początku lat 80-tych XX wieku; początki formatu `bmp`

powszechnie dostępnych drukarek, moc obliczeniowa komputerów i rozdzielczość monitorów bardzo ograniczały tworzenie wyrafinowanych obrazków.

Podstawowy zestaw poleceń \LaTeX -a zawiera kilka komend służących do umieszczania w tekście obiektów graficznych: odcinków (niezbyt długich, o ograniczonym zestawie kątów nachylenia), strzałek, okręgów o niewielkim promieniu czy krzywych Beziera. Ich bezpośrednie użycie jest niewygodne i nie polecamy nikomu składania złożonych rysunków przy ich pomocy.

O tworzeniu ilustracji na potrzeby \LaTeX -a napisano wiele książek, z których polecić możemy na przykład proste, dostępne *online* wprowadzenie Wojciecha Myszki [8] i wielkie kompendium *The \LaTeX Graphics Companion* [2]. Wspomnijmy tylko, że rysunki można dołączyć na dwa sposoby.

- Możemy rysunek utworzyć w zewnętrznym programie graficznym (bądź np. w programie CAS⁸ takim jak Matlab czy Mathematica), zapisać w formacie eps czy pdf i włączyć do pliku \LaTeX przy pomocy polecenia `includegraphics` (najlepiej wewnątrz środowiska `figure`, pozwalającego np. dołączyć pod rysunkiem podpis). Ważne, by tworzyć, w miarę możliwości, grafikę wektorową, dającą się bezstratnie skalować, zamiast map bitowych (bmp, jpg). Starsze kompilatory są, niestety, wybredne: jedne pozwalają na dołączanie wyłącznie rysunków w postaci bitmap i eps, inne (pdf_latex) nie akceptują eps, ale pozwalają dołączyć pdf. Nowsze kompilatory (luatex, xetex) pozwalają dołączać zarówno rysunki w formacie pdf, jak i eps.
- Możemy skorzystać z któregoś z wyspecjalizowanych pakietów poleceń graficznych, jak PSTricks czy PGF/TikZ⁹.

Wadą tego podejścia jest konieczność opanowania nowego języka opisu rysunku (filozofia tych pakietów jest podobna do \LaTeX -a – opisujemy, jak mają wyglądać części składowe rysunku; co wyjdzie, widzimy dopiero po skompilowaniu), zaś istotną zaletą – gładka integracja z \LaTeX -em, w szczególności częścią rysunku mogą być wzory matema-

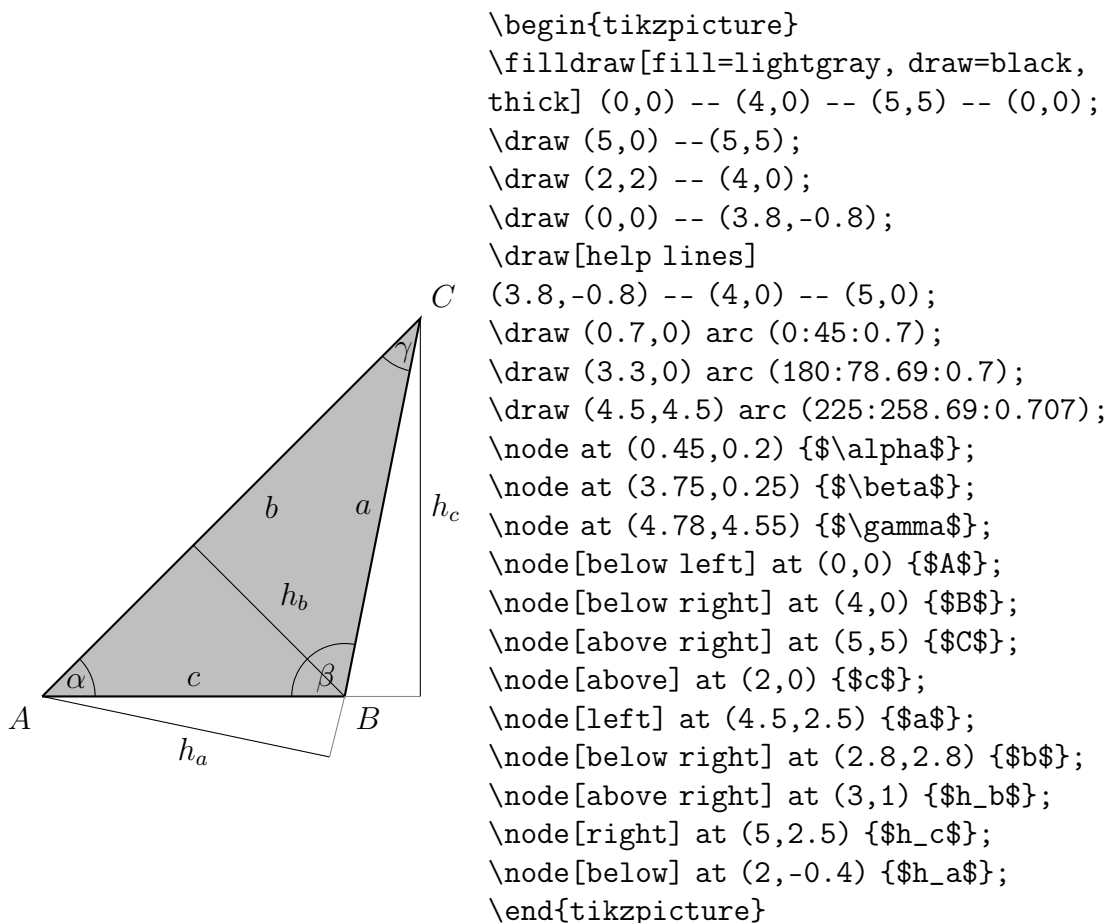
to połowa lat 80-tych, standard jpg to początek lat 90-tych XX wieku. W podobnym czasie co \TeX powstawał PostScript, początkowo jednak głównie jako język komunikacji z drukarkami; format grafiki wektorowej eps (Encapsulated Postscript) pojawił się na początku lat 90-tych XX wieku.

⁸skrót od *Computer Algebra System*

⁹Wśród matematyków tworzących w ten sposób rysunki można znaleźć wyznawców obu wspomnianych tu pakietów, jeden z autorów (PG) jest entuzjastą drugiego z nich. Są między nimi fundamentalne różnice w sposobie działania, ale oba pozwalają tworzyć piękne ilustracje, mają doskonałą dokumentację, strony w Wikipedii i liczne grono użytkowników gotowych pomóc za pośrednictwem forów dyskusyjnych.

tyczne, składane tą samą czcionką i w ten sam sposób, jak w zwykłym tekście matematycznym.

Rysunek 5.1: Przykład prostego rysunku wykonanego przy pomocy pakietu TikZ, wraz z kodem źródłowym.



5.5 Tworzenie bibliografii

Trudno wyobrazić sobie pracę matematyczną, która nie odwołuje się do wcześniej napisanych artykułów czy podręczników. Dlatego też bardzo ważnym jej elementem jest bibliografia, czyli spis literatury, do której odwołujemy się w tekście (a czasem i takiej, do której bezpośrednio w tekście nie ma odniesienia, ale uważamy, że w spisie powinna się pojawić). W pracach matematycznych niemal zawsze umieszcza się ją na samym końcu.

L^AT_EX bardzo ułatwia tworzenie bibliografii, dbając na przykład o to, by odnośniki w tekście wskazywały na właściwą pozycję w spisie, nawet gdy w międzyczasie zmienimy kolejność rozdziałów, dopiszemy kilka nowych odwołań itp.

Zacznijmy od skrótowego opisanie, jak stworzyć spis literatury korzystając z makroinstrukcji wbudowanych w L^AT_EX (bez dodatkowych, ułatwiających tę pracę narzędzi). Opis ten nie jest wyczerpujący i nie należy go traktować jako podręcznikowej instrukcji – tę Czytelnik znajdzie w którymkolwiek z wspomnianych przez nas podręczników L^AT_EX-a.

Do tworzenia spisu literatury służy środowisko `thebibliography`; każdemu tytułowi wspomnianemu w bibliografii przypisujemy jednoznaczny krótką nazwę – klucz, do którego odwołujemy się w tekście (`\cite{klucz}`) i który, uzupełniony o dane bibliograficzne, następnie powinien pojawić się wewnątrz środowiska `thebibliography`:

```
\bibitem{klucz} A. Utor, \emph{Tytuł}, Warszawa, {\bf 2015}
```

Pozycje bibliografii pojawią się w takiej kolejności, w jakiej je wpisujemy. Konwencje są tu różne: mogą być wymienione w kolejności pojawiania się w tekście, możemy je też uporządkować według nazwisk autorów, pogrupować według typu publikacji (artykuł, książka, preprint...). Również wygląd bibliografii ustalamy sami (choćby to, czy, jak w podanym wyżej przykładzie, tytuł ma być zapisany kursywą, a rok wydania wytłuszczony), sami musimy też sprawdzić, jak poprawnie należy skracać nazwy czasopism matematycznych (są tu ustalone zwyczaje i nie należy skracać ich po swojemu).

Taki sposób tworzenia spisu literatury sprawdza się, gdy nie jest on bardzo rozbudowana. Co jednak zrobić, gdy mamy bibliografię, która liczy 90 tytułów, ułożonych alfabetycznie według autorów, a redakcja czasopisma, do którego wysłaliśmy artykuł, zażyczy sobie nagle, by posortować pozycje według kolejności pojawienia się w tekście? A do tego poproszą, żeby rozwinąć wszystkie imiona autorów, które my podaliśmy tylko jako inicjały... W odpowiedzi na tego typu problemy powstało specjalne narzędzie do tworzenia spisów literatury: BIB_TE_X.

Pozycje bibliografii są w BIB_TE_X-u zebrane w oddzielnej bazie danych (o rozszerzeniu `.bib`); każdej takiej pozycji odpowiada wpis w bazie wyglądający na przykład tak:

```
@book {Krantz98,  
AUTHOR = {Krantz, Steven G.},  
TITLE = {A Primer of Mathematical Writing},  
Publisher = {American Mathematical Society},  
Year = {1998}}
```

Po pierwszym nawiasie klamrowym umieszczony jest klucz identyfikujący

pozycję bibliografii (Krantz98), do którego odwołujemy się (`\cite{Krantz98}`) w tekście.

Pod koniec pliku, zamiast środowiska `thebibliography`, wybieramy jeden z licznych stylów bibliografii¹⁰ i wskazujemy \LaTeX -owi bazę (`baza.bib`), w której zebrane są dane bibliograficzne:

```
\bibliography{baza}
```

Baza `baza.bib` może zawierać pozycje, do których w naszym tekście nie ma odwołań, $\text{BIB}_{\text{E}}\text{X}$ wybierze z niej tylko te, które faktycznie powinny pojawić się w bibliografii. Jeżeli chcemy wymusić pojawienie się w bibliografii pozycji, do której nie ma odwołania w tekście (ale która występuje, z kluczem `klucz1`, w bazie), umieszczamy gdzieś w tekście komendę `\nocite{klucz1}`.

Takie podejście ma wiele zalet:

- $\text{BIB}_{\text{E}}\text{X}$ sam dba o odpowiednie posortowanie i wygląd pozycji literatury (to, jak ma to zrobić, ustalamy wybierając styl bibliografii).
- Pisząc kolejne prace mieszczące się w tej samej lub podobnej tematyce zauważamy, że część cytowań we wszystkich pracach się powtarza. Dzięki $\text{BIB}_{\text{E}}\text{X}$ -owi możemy używać przy ich tworzeniu wspólnej bazy bibliograficznej, do której dopisujemy jedynie kolejne potrzebne pozycje literatury.
- $\text{BIB}_{\text{E}}\text{X}$ jest uznanym standardem. Dzięki temu, gdy szukamy literatury korzystając z dużych baz bibliograficznych, jak np. MathSciNet Amerykańskiego Towarzystwa Matematycznego, Zentralblatt czy Google Scholar, możemy dla znalezionej pozycji automatycznie wygenerować wpis, który wystarczy następnie skopiować do bazy $\text{BIB}_{\text{E}}\text{X}$ -a (trzeba jedynie zmienić przypisany klucz, który najczęściej jest zupełnie nieczytelny i nie do zapamiętania). Wszystkie te bazy wiedzą, jak należy poprawnie skracać nazwy czasopism, mamy więc kolejny problem z głowy.

A jeżeli ktoś preferuje tradycyjny styl i sposób tworzenia bibliografii (albo życzy sobie tego na przykład uparty promotor), i tak może skorzystać z $\text{BIB}_{\text{E}}\text{X}$ -a, który w pliku o rozszerzeniu `.bb1` (i nazwie takiej samej, jak nazwa pliku z pracą) umieszcza gotową bibliografię (to jest środowisko `thebibliography` z zawartością). Wystarczy przed pokazaniem pracy promotorowi usunąć `\bibliographystyle{...}` oraz `\bibliography{...}` i wkleić w ich miejsce zawartość pliku `.bb1`.

¹⁰My korzystamy z `\bibliographystyle{abbrv}`

5.6 Liczniki L^AT_EX-a

Jak już wielokrotnie wspominaliśmy, L^AT_EX zwalnia autora z bardzo wielu czynności, pozwalając się skoncentrować na treści pracy. Nie musimy na przykład myśleć nad numerem kolejnego podrozdziału, wzoru czy choćby kolejnego elementu listy w środowisku `enumerate`. Aby jednak z tych narzędzi w pełni korzystać, należy ich konsekwentnie używać.

Chyba dla każdego, kto spróbował już złożyć w L^AT_EX-u pracę zawierającą więcej niż pięć wzorów jest jasne, że nie należy ich numerować samodzielnie (choć da się to zrobić), a jeżeli zamierzamy się do jakiegoś wzoru odnieść kilka linii lub stron dalej, to należy go oznaczyć etykietą (`label`):

```
\begin{equation}\label{wzor1}
```

.....

```
\end{equation}
```

i później, zamiast odwoływać się do *drugiego wzoru od góry na stronie 4*, napisać po prostu *wzór* `\eqref{wzor1}`. W przeciwnym razie po każdej korekcie, uzupełnieniu tekstu czy zamianie kolejności podrozdziałów musielibyśmy pracownicy przejrzeć wszystkie odniesienia w tekście i sprawdzić, czy wskazują tam, gdzie powinny.

W ten sam sposób przy pomocy etykiet możemy (i powinniśmy) oznaczać twierdzenia, lematy czy ilustracje. Jeżeli nasza praca liczy trzy rozdziały, to pewnie nie oszczędzi nam wiele pracy, jeżeli będziemy odnosić się do nich, pisząc *w Rozdziale* `\ref{rozdzial2}`¹¹ zamiast *w Rozdziale 2*, ale warto i w tej sytuacji konsekwentnie pozostawiać numerowanie (również w odnośnikach) obiektów L^AT_EX-owi – ten dobry obyczaj bardzo ułatwia później przeróbki tekstu.

Do etykiet zadeklarowanych poleceniem `label` możemy odwoływać się na kilka sposobów: `\ref{etykieta}` zwróci numer (podrozdziału, twierdzenia, wzoru, ilustracji oznaczonej etykietą `etykieta`), `\eqref{etykieta}` – numer w nawiasie (w ten sposób najczęściej odwołujemy się do wzorów, stąd też nazwa – skrót od **e**quation **r**eference), `\pageref{etykieta}` – numer strony, na której zadeklarowana została `etykieta`.

Numery kolejnych obiektów L^AT_EX gromadzi w zmiennych zwanych licznikami; część liczników (np. `chapter`, `section`, `page`, `figure`, `footnote`) jest zadeklarowana przez podstawowe klasy dokumentów L^AT_EX-a, inne zostają utworzone, gdy np. deklarujemy nowy, oddzielnie numerowany rodzaj twierdzenia poleceniem `\newtheorem` w preambule dokumentu. Możemy nimi manipulować korzystając z poleceń `\newcounter`, `\stepcounter`, `\setcounter`, `\addtocounter` i innych – polecamy zapoznanie się z dokumentacją L^AT_EX-a.

¹¹rozpoczynając wcześniej Rozdział 2 formułą `\chapter{...}\label{rozdzial2}`

Poniżej zamieszczamy przykład zastosowania licznika `enumi`, w którym \LaTeX zapamiętuje numer kolejnego punktu (`\item`) wyliczanego w środowisku `enumerate`.

1. Tu wyliczamy pierwszą
2. i drugą własność omawianego obiektu,

następnie chcemy opuścić środowisko `enumerate` – na przykład dlatego, że, po krótkiej dyskusji nad punktami 1 i 2 chcemy skończyć mówiący o nich podrozdział pracy (środowisko `enumerate` musimy zamknąć przed rozpoczęciem kolejnego podrozdziału). Jeżeli teraz w kolejnym podrozdziale będziemy chcieli wyliczać kolejne własności, to gdy otworzymy środowisko `enumerate`, punkty (`\item`) w nim będą numerowane od nowa, poczynając od 1. Lekkarstwem na to jest zmiana wartości licznika `enumi`, który jest resetowany przez `\begin{enumerate}` – wystarczy po tej ostatniej komendzie dopisać `\addtocounter{enumi}{2}`.

3. własność trzecia
4. i czwarta.

Można to zrobić jeszcze sprytniej, deklarując nowy licznik `licz`, który zapamięta numer ostatniego punktu z pierwszego środowiska `enumerate` (umieszczamy `\newcounter{licz}\setcounter{licz}{enumi}` tuż przed pierwszym `\end{enumerate}`) i dodając jego wartość (zamiast arbitralnie zadeklarowanej dwójki) do licznika `enumi` na początku drugiego środowiska `enumerate` (wstawiamy `\addtocounter{enumi}{licz}` po drugim `\begin{enumerate}`). W ten sposób możemy swobodnie dodać kilka nowych punktów w pierwszej z list, a numer początkowy drugiej dostosuje się automatycznie.

W podobny sposób możemy manipulować numerami rozdziałów, twierdzeń itd. – choć pewnie niezbyt często mamy taką potrzebę. Standardowe mechanizmy \LaTeX -a są, dla większości zastosowań, zupełnie wystarczające.

Podsumowanie: kiedyś trzeba przestać

Jak powiedzieliśmy, zamieszczanie podsumowań nie jest w tekście matematycznym czymś obowiązkowym. Wiele prac kończy się po prostu kwadracikiem po ostatnim dowodzie.

Wspomnijmy jedno: z pisaniem, szczególnie gdy autor zaangażował się w ten proces, często bywa tak, że chciałoby się jeszcze raz przeczytać własny tekst, coś w nim poprawić, uzupełnić, ulepszyć. *I kiedyś trzeba przestać to robić.* Jeśli zaczynamy poprawiać (po raz drugi czy trzeci) tylko sformułowania zdań, pojedyncze literówki itp., nie zmieniając układu tekstu ani przekazywanych myśli, to powinniśmy przestać i pokazać opiekunowi pracy gotowy produkt.

To ostatnia myśl, którą chcemy Czytelnikowi przekazać.

Bibliografia

- [1] R. P. Boas. Can We Make Mathematics Intelligible? *Amer. Math. Monthly*, 88(10):727–731, 1981.
- [2] M. Goossens, F. Mittelbach, S. Rahtz, D. Roegel, and H. Voß. *The LATEX Graphics Companion*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass, 2007.
- [3] P. R. Halmos. How to write mathematics. *Enseignement Math. (2)*, 16:123–152, 1970.
- [4] S. G. Krantz. *A Primer of Mathematical Writing*. American Mathematical Society, 1998.
- [5] L. Lamport. *LaTeX : system opracowywania dokumentów : podręcznik i przewodnik użytkownika*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2004.
- [6] J. E. Littlewood. *A mathematician's miscellany*. Methuen, London, 1953.
- [7] F. Mittelbach, M. Goossens, J. Braams, D. Carlisle, C. Rowley, C. Detig, and J. Schrod. *The LaTeX Companion*. Addison-Wesley Series on Tools and Techniques for Computer Typesetting. Boston [etc.], Addison-Wesley, 2010.
- [8] W. Myszka. Włączanie grafik do tekstów w LaTeX 2ε. <http://www.immt.pwr.wroc.pl/~myszka/grafika/grafika.pdf>. Dostęp: 15 lipca 2015.
- [9] W. Rudin. *Analiza rzeczywista i zespolona*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.
- [10] T. Tao. An introduction to measure theory. <https://terrytao.files.wordpress.com/2011/01/measure-book1.pdf>. Dostęp: 15 lipca 2015.
- [11] J. Trzeciak. *Writing mathematical papers in English: a practical guide*. European Mathematical Society, second revised edition, 1995.
- [12] Z. Walczak. *LaTeX dla niecierpliwych. Część I*. Łódź, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, 2014.